Induktion und Falsifikation
Kritische Bemerkungen über die zeitgenössische Wissenschaftstheorie[1]

Peter Jaenecke

Um Wissenschaftlichkeit zu recht beanspruchen zu können, muss die Wissenschaftstheorie als eine Erfahrungswissenschaft aufgebaut werden. Bislang erfüllt sie diese Anforderung nicht und viele ihrer Aussagen widersprechen der wissenschaftlichen Praxis. So folgt entgegen wissenschaftstheoretischer Auffassung sowohl aus der Regressionsanalyse, welche dazu dient, aus Messwerten eine Funktion zu berechnen, als auch aus historischen und zeitgenössischen Lehrbüchern, dass die induktive Vorgehensweise in den Naturwissenschaften keine Rolle spielt; damit entfallen alle Probleme, die sie mit sich bringt. In den Wissenschaften beschäftigt man sich nicht mit der Rechtfertigung der gewonnenen Erkenntnissen, sondern mit deren Absicherung. Dazu gehören die technische Verwertbarkeit, die Verankerung im eigenen Gebiet und in Nachbargebieten. Ein Gesetz gilt als gesichert, wenn es aus einer Theorie hergeleitet und empirisch bestätigt werden konnte. Damit stellt sich die zentrale Frage: Wie muss ein Falsifikationsszenario für ein gesichertes Gesetz aussehen? Anhand der Fallgesetze wird gezeigt, dass es in der Physik kein solches Szenario geben kann, es sei denn, man beruft sich auf Wunder.

⇒ Absicherungsmethoden für empirische Erkenntnisse, Bayesianismus, DUHEM-QUINE-These, Einfachheit, Fallgesetze, Falsifikationsproblem, gesicherte Gesetze, Induktion, Interpolation von Messwerten, NEWTON Formalismus, Objektbereich von Gesetzen und Theorien, Regressionsanalyse, Unterbestimmtheit von Theorien

> Vorlesungen und Übungen sind so eingerichtet, dass es nicht leicht jemanden einfällt, etwas anderes als das Herkömmliche denken und erforschen zu wollen.
> Francis Bacon (1620)

1 Wissenschaftstheorie als Erfahrungswissenschaft

§ 1. Die Wissenschaftstheorie ist ihrem Anspruch nach eine erfahrungswissenschaftliche Theorie

Welchen Status beansprucht die Wissenschaftstheorie? Sie macht den Wissenschaften Vorschriften und erlässt Verbote; sie urteilt über den Wert ihrer Theorien und stellt ihre Methoden infrage, auch geizt sie nicht mit Ratschlägen zur Gestaltung der wissenschaftlichen Arbeit. Soll dies nicht alles bloß philosophische Glasperlenspielerei sein, soll die Wissenschaftstheorie tatsächlich im Sinne einer Metatheorie das methodische Rüstzeug für die wissenschaftliche Arbeit bieten, so muss sie als eine erfahrungswissenschaftliche Theorie aufgebaut werden; ihr Forschungsgebiet ist die wissenschaftliche Praxis. Charakteristisch für eine erfahrungswissenschaftliche Theorie ist die systematische Darstellung ihres Sachgebietes. Systematisch ist eine Darstellung, wenn sie Aussagen über das Sachgebiet abzuleiten erlaubt und wenn sie das Prinzip der Darstellungstreue erfüllt, das besagt, dass es keine Konflikte zwischen den Aussagen der Theorie und ihrem Erfahrungsbereich geben darf. Die derzeitige Wissenschaftstheorie erfüllt diese Bedingungen nicht.

Ihr Umbau hätte weitreichende Konsequenzen: Als erfahrungswissenschaftliche Theorie kann sie jetzt nicht mehr abseits von den übrigen Wissenschaften nach eigenen Regeln verfahren. Vielmehr muss sie genau diejenigen Überprüfungen über sich ergehen lassen, die sie auch von den anderen Wissenschaften fordert. Sie muss sich insbesondere der Erfahrung stellen und darf keine Methoden verwenden, die sie selbst (zu recht) verwirft. So müssen – eventuell unter Preisgabe altehrwürdiger Vorstellungen – Konflikte mit der Erfahrung behoben, unzulässige Vorgehensweisen und Behauptungen ausgeschieden und ungültige Schlussfolgerungen zurückgenommen werden.

§ 2. Erster Scheideweg der Wissenschaftstheorie: Erfahrungswissenschaft ja oder nein

Natürlich lässt sich ihr erfahrungswissenschaftlicher Status bestreiten. So heißt es etwa bei SCHÜLEIN & REITZE: »Für Erkenntnis- und Wissenschaftstheorien gilt zunächst, was für *alle* Theorien gilt: Sie sind nicht direkt auf praktische Bedürfnisse zugeschnitten. Das Ziel von Theorien ist ein *logischer* Zugang zur Welt. Dies ist ... gerade *kein* praktischer Zugang, sondern setzt Praxis zunächst einmal außer Kraft, um sich überhaupt entwickeln zu können. Theoretische Erkenntnis wird dementsprechend in einer praxisfernen Form ausgedrückt und ist unmittelbar auf sich selbst zentriert, auf die innere Logik von Theorien.«[2] Dieses Theorieverständnis charakterisiert vielleicht recht gut den heutigen Zustand der Wissenschaftstheorie, aber auf erfahrungswissenschaftliche Theorien trifft es nicht zu: Die Praxis zu irgendeinem Zeitpunkt außer Kraft setzten, käme für sie einem Todesurteil gleich.

Man kann auch bezweifeln, ob sich aus den unter dem Sammelbegriff ‚Wissenschaftstheorie' tradierten Berichten darüber, welche Autorität zu welchem Thema was gesagt hat,[3] jemals eine Theorie nach erfahrungswissenschaftlichem Verständnis formen lässt. Aber dann darf man

---

[1] Der Aufsatz ging aus einer Diskussionsrunde im philosophischen Diskussionsforum ‚philweb' hervor. Er enthält meine Beiträge in überarbeiteter und stark erweiterter Form. Meinen Gesprächspartnern möchte ich an dieser Stelle herzlich danken.

[2] SCHÜLEIN & REITZE (2005): *Wissenschaftstheorie für Einsteiger*, p.221; Hervorhebung im Original.

[3] Aktuelle Beispiele sind etwa: SCHÜLEIN & REITZE (2005): *Wissenschaftstheorie für Einsteiger*, CARRIER (2006): *Wissenschaftstheorie zur Einführung*, BARTELS & STÖCKLER (Hrsg.) (2007): *Wissenschaftstheorie*, CHALMERS (2007): *Wege der Wissenschaft.*

nicht beanspruchen, wesentliche Erkenntnisse über die wissenschaftliche Praxis herausgefunden zu haben: Von hoher philosophischer Warte aus, wissenschaftliche Standards missachtend, über die wissenschaftliche Arbeit urteilen und zugleich Anspruch auf Wissenschaftlichkeit erheben – das lässt sich nicht miteinander vereinbaren. Damit bleibt uns nur die Entscheidung für ihren erfahrungswissenschaftlichen Status.

§ 3. Wissenschaftstheoretische Theorievorstellungen widersprechen der Praxis und sind aufzugeben

Der Begriff ‚Theorie' kommt in der wissenschaftstheoretischen Literatur zwar sehr häufig vor, gleichwohl fehlen (wie im Beispiel aus § 2) klare Angaben darüber, was unter einer Theorie zu verstehen und wie sie aufgebaut ist. In vielen Fällen wird gar nicht erst der Versuch unternommen, diesen Begriff zu präzisieren; es bleibt dem Leser überlassen, sich aus den angeführten heterogenen Theoriebeispielen ein Bild zu machen. Nach Ansicht der Falsifikationsbefürworter stellen Theorien »spekulative und vorläufige Vermutungen oder Annahmen dar, die der menschliche Intellekt in dem Versuch kreiert, Probleme vorausgehender Theorien zu überwinden und eine wissenschaftliche Erklärung zu einigen Aspekten der Welt bzw. des Universums zu leisten.«[4] Nach SCHÜLEIN & REITZE besteht eine Theorie »aus einem Bündel von Aussagen, die aufeinander abgestimmt sind und eine stimmige Gesamtsicht bieten«[5] und ROSENTHAL behauptet, wissenschaftliche Theorien, Modelle und Gesetzesaussagen seien wichtige Spezialfälle von wissenschaftlichen Allaussagen,[6] was doch soviel heißt wie: eine Uhr ist der Spezialfall eines Zahnrades. Unverständliche Formulierungen dieser Art lassen sich viele angeben. Wie muss man sich z.B. die metaphysischen Anfangsgründe der Naturwissenschaft von KANT[7] oder die klassische Mechanik[8] als Spezialfall einer Allaussage oder als Bündel von Aussagen vorstellen? Dass derartige Charakterisierungen auf die naturwissenschaftliche Literatur nicht zutreffen, lässt sich leicht empirisch überprüfen: Man wird kein Lehrbuch finden,

[4] CHALMERS (2007): *Wege der Wissenschaft*, p. 52.
[5] SCHÜLEIN & REITZE (2005): *Wissenschaftstheorie für Einsteiger*, p. 266.
[6] ROSENTHAL (2007): *Induktion und Bestätigung*, p. 109.
[7] KANT (1786): *Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaft*, Akademieausgabe IV 465 – 565.
[8] dargestellt in den Lehrbüchern der theoretischen Physik, z.B. bei JOOS (1989): *Lehrbuch der theoretischen Physik;* LANDAU & LIFSCHITZ (1970), Bd. I; LUDWIG (1974): *Einführung in die Grundlagen der Theoretischen Physik. Band 1: Raum, Zeit, Mechanik;* MITTELSTAEDT (1970): *Klassische Mechanik;* WAGNER (1975): *Elemente der Theoretischen Physik 1. Klassische Mechanik. Quantenmechanik;* KUYPERS (1997): *Klassische Mechanik;* REINEKER (2006): *Theoretische Physik 1. Mechanik;* GREINER (2007): *Theoretische Physik 1. Klassische Mechanik 1;* DREIZLER (2008): *Theoretische Physik 1. Theoretische Mechanik* und viele andere.

dessen Text aus einem Allsatz oder aus irgendeiner Konjunktion von Allsätzen besteht.[9] Solche Charakterisierungen stehen im Widerspruch zur Erfahrung und müssen aufgegeben werden.

§ 4. Naturwissenschaftliche Theorien sind wahrheitswertneutral

Angenommen, der Begriff ‚Auto' sei so eingeführt worden, dass neben den Autos im herkömmlichen Sinn auch Roller und Dreiräder darunter fallen. Dann ist die Aussage ‚Alle Autos haben Räder' wahr; die Aussage ‚Alle Autos haben einen Motor' hingegen falsch. Dieses einfache Beispiel zeigt: Welcher Wahrheitswert einer Aussage zukommt, hängt wesentlich von den Begriffsumfängen der in ihr vorkommenden Begriffe ab. Begriffsumfänge werden durch Definitionen festgelegt. Daher gelten Definitionen als unabdingbarer Bestandteil naturwissenschaftlicher Theorien.

Definitionen sind wahrheitswertneutral. Es ist also nicht zulässig zu sagen, Dreiräder seien keine Autos. Bei Definitionen hat man als Theoretiker eine große Freiheit, allerdings muss man bei ungeschickten Festlegungen damit rechnen, dass man bestimmte Aussagen nicht mehr treffen kann, weil sie sich, wie im obigen Beispiel, als falsch erweisen. Man muss sich also beim Aufbau einer Theorie sehr genau überlegen, was man zum Ausdruck bringen möchte. Die richtigen Grundbegriffe auswählen, die korrekte Abstimmung zwischen ihren Umfängen und den Aussagen finden, kann ein sehr mühevolles Geschäft sein.[10]

Naturwissenschaftliche Theorien bestehen daher mindestens aus zwei verschiedenen Bestandteilen: aus wahrheitswertigen Aussagen und aus wahrheitswertneutralen Definitionen. Beide Bestandteile bilden eine durch sorgfältige Anpassungen wechselseitig aufeinander abgestimmte Einheit. Ein solche Einheit kann als Ganzes nicht wahrheitswertig sein: Naturwissenschaftliche Theorien sind demnach weder wahr noch falsch. Doch auch bezüglich der metaphysischen Anfangsgründe bleibt unklar, was solch eine Zuschreibung heißen soll; noch weniger ersichtlich ist sie für die Wissenschaftstheorie selbst, bei der es sich, wie ihr Name doch sagt, ebenfalls um eine Theorie handelt.

[9] Dennoch gibt es Wissenschaftstheoretiker, die dieses Faktum unter Berufung auf POPPER oder irgendeine andere Autorität vehement bestreiten. Sie verhalten sich so wie jene Peripatetiker, welche sich weigerten, durch das Fernrohr von GALILEI zu schauen, weil sie es für unmöglich hielten, dort etwas zu erblicken, was der Lehre des göttlichen ARISTOTELES widersprach.
[10] JAENECKE (1997): *Knowledge organization due to theory formation.*

§ 5. Zweiter Scheideweg der Wissenschaftstheorie: Sind Theorien wahrheitswertig ja oder nein?

In der Wissenschaftstheorie ist man sich allerdings weitgehend darüber einig, dass alle wissenschaftlichen Theorien entweder wahr oder falsch sind. Zwar wird diese These meist nicht explizit ausgesprochen, aber sie ergibt sich zwangsläufig, wenn man eine Theorie mit einer Allaussage identifiziert oder sie für falsifizierbar hält.

Wie in § 4 erwähnt, richtet sich der Wahrheitswert von Aussagen nach den Begriffsumfängen der in ihnen enthaltenen Begriffe; das gilt auch für Aussagen über Theorien. Es gibt keine „wahre“ Definition des Begriffs ‚Theorie’. Aber je nach dem, wie weit oder eng man diesen Begriff festlegt, desto weiter oder enger sind auch die Aussagen, in denen er vorkommt. Man kann ihn so eng auslegen, dass naturwissenschaftliche Theorien herausfallen; dann würde man aber der Wissenschaftstheorie ihr interessantestes Anwendungsfeld rauben. Soll das nicht geschehen, muss man, um nicht in Widerspruch mit der Erfahrung zu kommen, die These von der Wahrheitswertigkeit von Theorien aufgeben und die wissenschaftlichen Theorien als wahrheitswertneutral akzeptieren. Das ist keine leichte Entscheidung, fallen doch dadurch alle wissenschaftstheoretischen Richtungen weg, welche lehren, Theorien müssten sich empirisch bewähren, sie müssten streng und rücksichtslos durch Beobachtung und Experimente überprüft werden, sie ließen sich durch Beobachtungen bestätigen, widerlegen oder in Frage stellen usw.[11] Denn wenn eine Theorie keinen Wahrheitswert hat, kann sie weder als wahr bestätigt noch als falsch widerlegt werden. Um nicht auf die naturwissenschaftlichen Theorien verzichten zu müssen, entscheiden wir uns für die Wahrheitswertneutralität wissenschaftlicher Theorien.

*

Mit der Auffassung, wissenschaftliche Theorien seien nicht widerlegbar, wird allerdings nicht der Beliebigkeit das Wort gesprochen. Sie besagt lediglich, dass Erfahrungsdaten ungeeignet sind, um über den Wert einer Theorie zu entscheiden, schließt aber andere Überprüfungsmethoden für sie nicht aus. So enthalten Theorien Gesetze, in manchen Fällen ist es sogar möglich, Gesetze aus ihnen herzuleiten. Gesetze sind wahrheitswertig und können eine Theorie inkonsistent machen oder in Konflikt mit experimentellen Daten geraten; beides bietet Kontrollmöglichkeiten. Auf die Konsistenzthematik gehen wir hier nicht weiter ein; wir beschäftigen uns im folgenden mit der Beziehung zwischen Gesetz und empirischen Daten. Wir beginnen mit dem *Induktionsproblem* und untersuchen, ob und gegebenenfalls wie sich aus Daten Gesetze gewinnen und Gesetze durch Daten rechtfertigen lassen. Im Anschluss daran behandeln wir das *Falsifikationsproblem* und versuchen herauszufinden, unter welchen Bedingungen empirische Daten ein Gesetz tatsächlich falsifizieren.

[11] ROSENTHAL (2007): *Induktion und Bestätigung*, p. 109.

2 Induktion

§ 6. Implizite Annahmen bei der Charakterisierung des Induktionsproblems

Die Rechtfertigungsprobleme ergeben sich nach wissenschaftstheoretischer Vorstellung durch den sogenannten Induktionsschluss: Man stellt z.B. fest, dass eine gewisse Anzahl von Raben ein schwarzes Gefieder haben und „schließt“ daraus ‚alle Raben sind schwarz’. Damit geht man über die tatsächlich angestellten Beobachtungen hinaus, und es fragt sich, wie sich ein solcher Schritt rechtfertigen lässt. Denn: »Auch wenn alle bisher beobachteten Raben ohne Ausnahme schwarz gewesen sind, so ist doch ohne weiteres möglich ..., dass der nächste Rabe oder sogar alle Raben, denen wir zukünftig begegnen, eine andere Farbe haben. Auch wenn bislang jeden Tag aufs neue die Sonne aufgegangen ist, so ist es doch auch ohne weiteres vorstellbar, dass sie es künftig nicht mehr tun wird.«[12] Daraus ergibt sich folgendes Problem: »In welchem Verhältnis stehen diese Allaussagen zu den einzelnen Beobachtungen, an denen sie sich bewähren müssen? Können sie jemals beanspruchen, gesichertes Wissen darzustellen, oder werden sie durch die vorliegenden Beobachtungsdaten nur wahrscheinlich gemacht, oder handelt es sich gar nur um spekulative Hypothesen, bei denen man sich grundsätzlich darauf einzustellen hat, dass bereits die nächste Beobachtung sie wieder umstößt?«[13]

Die Ausführungen von ROSENTHAL, die hier stellvertretend für zahlreiche ähnliche Aussagen aus der wissenschaftstheoretischen Literatur stehen, enthalten mindestens zwei stillschweigende Annahmen: (a) Alle wissenschaftlichen Erkenntnisse haben die Form von logischen Allaussagen. (b) Alle Aussagen mit Allgemeinheitsanspruch haben ihren Ursprung in der Erfahrung. Oder anders formuliert: Der Induktionsschluss ist die einzige Möglichkeit, wissenschaftliche Erkenntnisse zu gewinnen.

Gäbe es wissenschaftliche Erkenntnisse, die keine Allaussagen darstellen, entfiele für sie die Induktionsproblematik. Könnten wissenschaftliche Erkenntnisse auch noch auf einem anderen Wege gewonnen werden, so ließe sich die Induktionsproblematik durch ihn umgehen und verlöre damit ihre Brisanz. Wir werden in den in § 7 und § 8 zeigen, dass diese stillschweigenden Annahmen im Widerspruch zur Erfahrung, d.h. zur wissenschaftlichen Praxis stehen.

[12] ROSENTHAL (2007): *Induktion und Bestätigung*, p. 112, 109.
[13] ROSENTHAL (2007): *Induktion und Bestätigung*, p. 109.

§ 7. (a) In den Naturwissenschaften gibt es keine Allsätze der Form ‚alle ... sind ...'

Bei genauerem Hinsehen zeigt es sich, dass die in der wissenschaftstheoretischen Literatur diskutierten Allsätze nicht aus der wissenschaftlichen Praxis, sondern aus Logiklehrbüchern stammen. Wie bereits in § 3 erwähnt kommen in den wissenschaftlichen Lehrbüchern Allsätze der Form ‚alle ... sind ...' nicht vor. Das gilt bereits für solche Gebiete, deren Erforschung noch am Anfang steht. Hier würde man am ehesten einfache Allsätze vermuten, doch auch in den frühesten Anfängen findet man stets das Bestreben, die entdeckten Phänomene zu ordnen und, wenn möglich, aus Prinzipien abzuleiten und Verbindungen zwischen den einzelnen Phänomenen herzustellen. Ein einfaches historisches Beispiel ist die um 1780 entstandene Theorie des Magnetismus von MATHIAS GABLER; sie wird von LICHTENBERG wie folgt beschrieben:

> »Das Eisen bestehe aus lauter atomischen Magneten, deren jeder eben so gut seine Polarität hat, wie man sie an der Nadel bemerkt; allein sie liegen alle so unregelmäßig durcheinander, daß sie keine magnetische Erscheinungen äußern können. Es liegen zB nach einer Seite des Eisens zu eben so viele Nord- als Südpole; und da kann denn eben so wenig eine Wirkung erfolgen, als wenn man eine Schachtel voll wirklicher Magnete hätte, und sie durcheinander schüttelte. Bringt man hingegen dem Eisen einen Magneten nahe, so kommen die kleinen Magneten alle in Ordnung, alle Südpole zB gegen den Nordpol des Magneten, bringt man ihn wieder hinweg, so überwindet die Kohäsionskraft des Eisens die magnetische Kraft der kleinen Atome, und sie kommen wieder in die vorherige Unordnung.«[14]

Ein frühes Beispiel für eine naturwissenschaftliche Theorie ist die Dioptrik von KEPLER, in der ebenfalls Allaussagen fehlen.[15] Die implizite Annahme (a), dass *alle* wissenschaftlichen Erkenntnisse die Form von logischen Allaussagen hätten, ist damit als falsch erwiesen. Im übrigen sind auch Naturgesetze (§ 18) und Differentialgleichungen (§ 21) keine Allaussagen.

§ 8. (b) Die induktive Vorgehensweise ist nicht die einzige Erkenntnisquelle

Die Theorie von GABLER ist auch ein Beispiel dafür, dass in den Wissenschaften die induktive Vorgehensweise nicht die einzige Erkenntnisquelle ist. Seine Theorie beruht hauptsächlich auf zwei Prinzipien: (i) Eisen setzt sich aus atomischen Magneten zusammen und (ii) die magnetischen Effekte beruhen auf der Anordnung der atomischen Magnete. Sie konnten schon deshalb nicht durch Induktion gewonnen werden, weil damals die dazu erforderlichen experimentellen Möglichkeiten fehlten. Als ein etwas umfangreicheres Musterbeispiel für solch tastende Versuche in Richtung Wissensdarstellung kann die Theorie der Elektrizität von ROBERT SYMMER gelten, die LICHTENBERG ebenfalls in seiner Physikvorlesung vorstellt.[16]

Nun könnte man einwenden, die induktive Herkunft wissenschaftlicher Aussagen werde im Fortgang der Wissenschaft wieder verschleiert. Ganz am Anfang jedoch, während eines Entdeckungsprozesses, sei man auf induktive Schlüsse angewiesen. Doch auch hierfür fehlen die Belege. Untersuchungen des wissenschaftlichen Schöpfertums zeigen, dass der Induktionsschluss in der Entdeckungs- und Erfindungsphase keine Rolle spielt.[17] Wissenschaftler bevorzugen hier eher ein methodisch kontrolliertes abduktives Vorgehen, d.h. sie bemühen sich, wie an der Magnetismustheorie von GABLER gut zu erkennen, um die beste Erklärung der Phänomene.

Wenn schon in den Anfängen einer Wissenschaft die Induktion keine Bedeutung hat: um wie viel weniger gilt dies erst für die heutige Zeit. In § 9 wird ein weiteres Gegenbeispiel beschrieben. Somit lässt sich die implizite Annahme (b), dass man wissenschaftliche Erkenntnisse *nur* über einen Induktionsschluss gewinnen könne, nicht aufrecht erhalten.

§ 9. Gesetze können nicht induktiv aus einer Messreihe erschlossen werden

Die Fehleinschätzung beruht offenbar auf einem unzulässigen Analogieschluss: »Auch wenn alle bisher beobachteten Raben ohne Ausnahme schwarz gewesen sind, so ist doch ohne weiteres möglich ... dass der nächste Rabe oder sogar alle Raben, denen wir zukünftig begegnen, eine andere Farbe haben. Dies gilt für alles, was wir aus der Erfahrung gelernt haben oder gelernt zu haben glauben, sogar und insbesondere für die von uns angenommenen Naturgesetze.«[18] Allsätze wie ‚Alle Raben sind schwarz' gelten als Musterbeispiele für Naturgesetze. Damit wird zwischen den Allsätzen und den Naturgesetzen eine Strukturgleichheit postuliert und anschließend von der Unsicherheit der Allsätze auf die der Naturgesetze „geschlossen". Wir betrachten dazu ein Gegenbeispiel.

Angenommen, es wurden Messungen an einem homogenen Seil durchgeführt, das an seinen beiden Enden aufgehängt ist und nur aufgrund seines Eigengewichtes durchhängt. Es habe sich die Messreihe M_1 ergeben (Tabelle 1, Abbildung 1).

[14] LICHTENBERG (2007): *Physik-Vorlesung*, p. 414.
[15] KEPLER (1611/2008): *Dioptrik*.
[16] LICHTENBERG (2007): *Physik-Vorlesung*, p. 393 – 404.
[17] KRÖBER & LORF (Hrsg.) (1969/1972): *Wissenschaftliches Schöpfertum.*
[18] ROSENTHAL (2007): *Induktion und Bestätigung*, p. 112.

n	x	y
1	-0.994	1.517
2	-0.885	1.393
3	-0.789	1.334
4	-0.688	1.228
5	-0.582	1.215
6	-0.506	1.164
7	-0.391	1.087
8	-0.303	1.061
9	-0.216	0.975
10	-0.112	0.993
11	-0.007	0.969
12	0.075	0.993
13	0.181	1.005
14	0.307	1.061
15	0.409	1.089
16	0.519	1.113
17	0.601	1.160
18	0.692	1.235
19	0.798	1.349
20	0.914	1.433
21	1.022	1.533

Tabelle 1: Messreihe M_1: Durchhängendes homogenes Seil. Die y –Werte geben an, wieviel das Seil durchhängt, die x –Werte sind die Orte, an denen die Durchhängung gemessen wurde. Abbildung 1 (§ 10) zeigt die graphische Darstellung von Messreihe M_1.

Nach den wissenschaftstheoretischen Vorstellungen müsste man durch Induktionsschluss aus solchen Werten das zugrundeliegende Naturgesetz gewinnen. Aber wie soll das geschehen? Beim Rabenbeispiel sind die Verhältnisse einfach: Aus

```
Rabe  1 ist schwarz
Rabe  2 ist schwarz
...
Rabe 21 ist schwarz
```

schließt man induktiv:

```
Alle Raben sind schwarz.
```

Über den Allquantor wird gewissermaßen der „Schluss“ vollzogen. Aber wo in einer Messreihe ließe sich sinnvoll ein Allquantor anbringen? Offenbar nirgends: Es ist nicht möglich, aus einer Messreihe induktiv auf ein Naturgesetz zu schließen. Allsätze wie ‚alle Raben sind schwarz’ sind von einer sehr viel schlichteren Struktur als Naturgesetze, und es ist unzulässig, die Eigenschaften solcher Allsätze per Analogieschluss auf die Naturgesetze zu übertragen.

Zwar lässt sich aus einer Messreihe keine Funktion erschließen, aber man kann eine Funktion raten. Dabei wird man in Ermangelung eines anderen Kriteriums darauf achten, dass die erratene Funktion die Werte aus der Messreihe möglichst gut repräsentiert; außerdem wird man eine möglichst einfache Funktion wählen. So könnte z.B. die Parabel

$$(1) \qquad f(a,b;x) = a + bx^2$$

eine gute Näherungsfunktion für die Messreihe M_1 sein.

§ 10. Berechnung einer Regressionsfunktion aus den Werten einer Messreihe

Hier zeigt sich nun: eine Gesetzmäßigkeit erraten ist eine Sache, die Funktion bestimmen eine andere. Denn die Gesetzmäßigkeit beschreibt nur die Form; um eine Funktion zu erhalten, mit der man arbeiten kann, müssen noch die Funktionsparameter bestimmt werden; im obigen Fall sind es die Parameter a und b. Auch sie lassen sich in keiner Weise auf einem induktiven Weg ermitteln. Sie werden vielmehr mit rein mathematischen Methoden bestimmt. Aus einer Messreihe eine Funktion rekonstruieren, wird als ‚Regressionsanalyse’, die ermittelte Funktion als ‚Regressionsfunktion’ bezeichnet. Es handelt sich um eine Optimierungsaufgabe, die mit Hilfe der Differentialrechnung zu lösen ist. Zu diesem Zweck muss man das Ziel, die Funktion soll die Werte aus der Messreihe möglichst gut repräsentieren, durch einen mathematischen Ausdruck fassen. Im allgemeinen wählt man hierzu das LEGENDRE Maß[19]

$$(2) \qquad m(a,b) = \sum_{n=1}^{N} [f(a,b;x_n) - y_n]^2 \, .$$

Die Parameter a und b sind so zu bestimmen, dass $m(a, b)$ minimal wird. Dabei ist f die durch Gleichung (1) gegebene Funktion; $x_1, x_2, ..., x_N$ und $y_1, y_2, ..., y_N$ sind die Werte der Messreihe M_1, für die $N = 21$ ist. Es ergibt sich die in Abbildung 1 dargestellte Regressionsfunktion

$$(3) \qquad y = f(x) = 0.9922 + 0.5293x^2 \, .$$

Man erhält sie, wenn man die Werte aus Messreihe M_1 in die im Anhang 1 berechneten allgemeinen Regressionsgleichungen

[19] auch ‚Methode der kleinsten Quadrate’ genannt.

$$a = \frac{1}{N}\left(\sum_{n=1}^{N} y_n - b\sum_{n=1}^{N} x_n^{\ 2}\right),\ b = \frac{\sum_{n=1}^{N} y_n x_n^{\ 2} - \frac{1}{N}\left(\sum_{n=1}^{N} y_n\right)\left(\sum_{n=1}^{N} x_n^{\ 2}\right)}{\left[\sum_{n=1}^{N} x_n^{\ 4} - \frac{1}{N}\left(\sum_{n=1}^{N} x_n^{\ 2}\right)^2\right]};$$

einsetzt. Die Regressionsgleichungen gelten für Parabeln der Form (1).

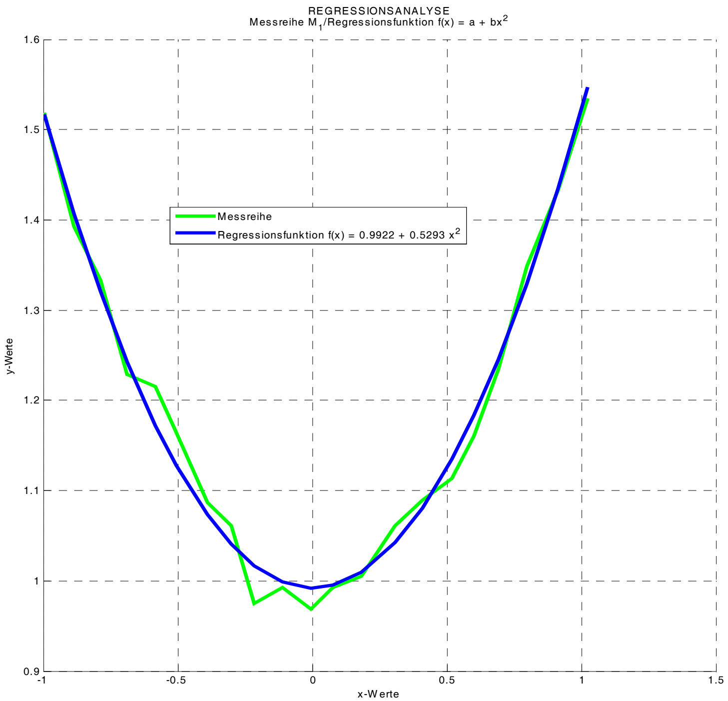

Abbildung 1: Messreihe M₁ und Regressionsfunktion $f(x) = 0.9922 + 0.5293x^2$ im Vergleich. Die Unregelmäßigkeiten in der Messreihenkurve stammen von den unvermeidbaren Messungenauigkeiten.

§ 11. Anmerkung zur Interpolation von Messwerten

Der funktionale Zusammenhang zwischen zwei Größen wird nicht, wie z.B. ROSENTHAL behauptet, durch einzelne Messdaten ermittelt, die anschließend durch eine Kurve inter- und extrapoliert werden. Es trifft auch nicht zu, dass diese Methode eine für die empirischen Wissenschaften typische und dort sehr häufig anzutreffende Art der Verallgemeinerung sei.[20] Bei einer Interpolation geht die Funktion immer durch die zu interpolierenden Werte; so stellt die grüne Kurve in Abbildung 1 eine lineare Interpolation der Messwerte aus Messreihe M_1 dar. Es macht aber wenig Sinn, eine Funktion zu berechnen, welche die fehlerbehafteten Messwerte exakt wiedergibt. Nach Ansicht von ROSENTHAL handelt es sich ferner bei der Interpolation um eine induktive Verallgemeinerung, für die es immer unendlich viele Möglichkeiten gibt, weil sich durch endlich viele Messwerte stets unendlich viele Funktionen legen lassen.[21] Letzteres trifft auf die Interpolationen zu, wobei allerdings ebenso viele dieser Funktionen erfahrungswissenschaftlich sinnlos sind. Die Regressionsanalyse bietet dagegen die Möglichkeit, die Vielfalt durch mathematische Prinzipien einzuschränken (§ 15).

§ 12. Absicherungsmethoden für empirische Erkenntnisse

Wie aus dem obigen Beispiel hervorgeht, wird bei der Regressionsanalyse zunächst die Regressionsfunktion erraten; anschließend bestimmt man dann ihre Parameter. Das Erraten einer Funktion ist zwar ein nicht ganz unproblematischer, aber keinesfalls willkürlicher Vorgang, denn soweit man durch Überlegungen Möglichkeiten ausschließen kann, wird man dies auch tun. Die Messreihe M_1 legt nahe, eine um die $y-$ Achse symmetrische Funktion zu wählen und angesichts der groben Messungenauigkeiten erscheint es nicht als sinnvoll, über quadratische Terme hinauszugehen und dabei einen unverhältnismäßig hohen Rechenaufwand in Kauf zu nehmen. Bei diesen Überlegungen handelt es sich nicht um eine Verallgemeinerung von Einzeldaten, sondern um eine Anwendung von Wissen.

Doch damit ist man nicht der Verpflichtung ledig, die empirischen Ergebnisse zu überprüfen. Dies geschieht allerdings in den Wissenschaften nicht unter der Zielsetzung, sie zu rechtfertigen, sondern sie zu sichern. Wenn auf dem betreffenden Gebiet noch keine Theorie vorliegt,

[20] ROSENTHAL (2007): *Induktion und Bestätigung*, p. 122.
[21] ROSENTHAL (2007): *Induktion und Bestätigung*, p. 122.

stützt man sich dabei hauptsächlich (a) auf die technische Verwertbarkeit und (b) auf die Verankerung in Nachbargebieten; beide Kriterien können gleichzeitig erfüllt sein.

§ 13. (a) Technische Verwertbarkeit als Gütekriterium

Wenn sich empirische Ergebnisse erfolgreich technisch nutzen lassen, können sie so ganz falsch nicht sein. Für die Wissenschaften ist daher die technische Nutzbarkeit ein bedeutsames Gütekriterium. So könnte man z.B. aus der Regressionsfunktion (3), unter der Annahme, sie gebe die empirischen Verhältnisse hinreichend gut wieder, die für den Bau einer Hängebrücke erforderlichen Werte berechnen. Lieferte die Funktion unbrauchbare Werte, so würde sich das sehr schnell herausstellen; im anderen Fall bestünde kein Grund, sie durch zusätzliche Messungen weiter zu bestätigen: Die technisch-wissenschaftliche Verwertbarkeit ist eine viel bessere Bestätigung, als alle wiederholten Messungen, denn jede Anwendung betrifft nicht nur einzelne Messwerte, sondern stets ein ganzes Kontinuum von Werten.

§ 14. Anmerkung zum Bayesianismus

In der Wissenschaftstheorie scheint man den Konsequenzen, die sich aus der technischen Verwertung von Gesetzen ergeben, kein großes Gewicht beizumessen, sonst wäre man nicht auf den Gedanken verfallen, das Induktionsproblem mit Hilfe einer subjektiven Bestätigungstheorie lösen oder wenigstens mildern zu wollen.[22] Diese Theorie stützt sich auf die BAYES Formel für bedingte Wahrscheinlichkeiten; man braucht also, um sie anwenden zu können, bestimmte Wahrscheinlichkeiten als Eingangswerte, über deren Natur man noch streitet. Aus der Unklarheit über sie erwächst aber ein fundamentales Problem, denn ohne diese Wahrscheinlichkeiten kann man nichts ausrechnen. Manche deuten sie als subjektive Überzeugungsgrade für die Gültigkeit einer Hypothese, andere wiederum versuchen die Objektivität dadurch wiederzugewinnen, indem sie die betroffenen Wahrscheinlichkeiten als relative Häufigkeiten interpretieren. In beiden Fällen setzt man stillschweigend voraus, dass diese Wahrscheinlichkeiten stets kleiner als Eins sind, denn wären sie gleich Eins, käme man auf den trivialen Fall einer immer wahren Hypothese.

Die von Wissenschaftstheoretikern genannten Überzeugungsgrade werden diese Bedingung gewiss erfüllen, aber gilt das auch von Wissenschaftlern, deren Arbeit nur Sinn macht, wenn sie von der Richtigkeit ihrer Gesetze überzeugt sind? Eine nach der Regressionsfunktion (3) konstruierte funktionsfähige Hängebrücke bestätigt zu jedem Zeitpunkt ihres Dasein zumindest die quantitative Gültigkeit dieser Funktion; die daraus resultierende relative Häufigkeit hat somit die Form $\frac{\infty}{\infty}$, d.h. die Funktion wurde unendlich oft bestätigt bei unendlich vielen Versuchen. Wenn man diesem Ausdruck überhaupt einen Sinn zuschreiben kann, dann ist es der Wert 1; damit käme man jedoch wieder auf die triviale Lösung und der ganze mit dem BAYES Formalismus getriebene Aufwand wäre überflüssig. Der Bayesianismus scheint eine noch tiefere Sackgasse zu sein als das Induktionsproblem, dessen Lösung er verspricht.

§ 15. (b) Verankerung in Nachbargebieten

Die Art und Weise, wie man in den Wissenschaften eine Messreihe ausgewertet, offenbart eine typische Vorgehensweise: Das eigene Gebiet wird in anderen Wissenschaften, hier speziell in der Mathematik verankert. Die Regressionsanalyse ist ein rein mathematisches Verfahren; es legt die Parameter der Regressionsfunktion eindeutig fest. Das in Gleichung (2) definierte Maß bezieht sich auf irgendeine Funktion f und ist natürlich nicht bloß auf zwei Parameter beschränkt. Auch hätte man anstelle der Summe über die quadratischen Abweichungen irgendein anderes sinnvolles Maß verwenden können. Man kann jedoch zeigen, dass ersteres bei einer GAUß Verteilung der Messfehler auf eine Regressionsfunktion führt, welche die bestanschließendsten Werte liefert.[23] Das LEGENDRE Maß wird also aus rein mathematischen Gründen gewählt.

Um nun die Anwendung der Regressionsanalyse auf die Messreihe M_1 zu rechtfertigen, müsste man zeigen, dass die zugehörigen Messwerte gaußverteilt sind; hierfür bieten sich zwar verschiedene statistische Tests an, aber man könnte nun wiederum nach deren Begründung und nach der Begründung der Begründung fragen ad infinitum. In der Wissenschaftstheorie konstruiert man an dieser Stelle einen unendlichen Regress, also ein unlösbares Problem.

Allerdings beruht diese Konstruktion auf der Annahme, dass in den Wissenschaften alle Voraussetzungen gleiches Gewicht haben. Das ist jedoch nicht der Fall: Manche Voraussetzungen müssen erfüllt sein, bei anderen kommt es darauf an, wie groß der Fehler ausfällt, wenn eine Voraussetzung verletzt ist. Im vorliegenden Fall liefert das LEGENDRE Maß auch dann noch gute Ergebnisse, wenn die Messfehler nur näherungsweise gaußverteilt sind; es reicht sogar aus, wenn positive und negative Fehler gleich häufig auftreten: Für die Praxis hat die GAUß Verteilung nur eine untergeordnete Bedeutung. Man wird daher lediglich in Ausnahmefällen auf

---

22 ROSENTHAL (2007): *Induktion und Bestätigung*, p. 123 – 132; CHALMERS (2007): *Wege der Wissenschaft,* p. 139 – 154.

23 Wir verzichten hier auf die komplexe exakte Formulierung.

GAUß Verteilung testen, zumal die Testergebnisse nur für eine gewisse Irrtumswahrscheinlichkeit und nicht mit Sicherheit gelten.

Die Mathematik sagt nur, dass unter der genannten Voraussetzung die besten Ergebnisse zu erwarten sind; ist die Voraussetzung nur annähernd erfüllt, wird man schlechtere Ergebnisse erhalten, aber unter den gegebenen Verhältnissen sind es immer noch die besten: man kann aus ungenauen Daten nicht mehr Informationen gewinnen als in ihnen enthalten ist. Es handelt sich hier um eine Begründungskette zu immer schwächeren Voraussetzungen, die schließlich ohne zählbarem Informationsverlust abgebrochen werden kann.

§ 16. Gesicherte Gesetze

Die in § 13 und § 15 beschriebenen Absicherungsmethoden gehen davon aus, dass über das betreffende Gebiet noch keine theoretischen Erkenntnisse vorliegen; das ist im allgemeinen nicht der Fall. Selbst wenn man anfangs nichts weiter in den Händen hat als eine Messreihe und die aus ihr gewonnene Regressionsfunktion, so bleibt man doch bei diesem Ergebnis nicht stehen. Eine Regressionsfunktion enthält ja empirische Größen, die auch in anderen Gesetzen vorkommen müssen: Da es in der realen Welt keine isolierten Phänomene gibt, kann es auch kein Gesetz geben, das Variablen enthält, die nur in diesem einen Gesetz enthalten sind. Man wird daher nach weiteren verwandten Gesetzen suchen und auf diese Weise die fragliche Funktion im eigenen Gebiet zu verankern.

Die beste Voraussetzung für eine Absicherung ist eine Theorie, aus der sich das fragliche Gesetz herleiten lässt. Bezüglich des durchhängenden Seils ist dies der Fall; das korrekte Gesetz ergibt sich aus der Differentialgleichung

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \sqrt{y^2 - 1} \; ;$$

ihre Lösung ist die sogenannte Kettenlinie

$$y(x) = \cosh(x - x_0) \; .$$

Aus der Theorie folgt somit, dass die Werte aus der Messreihe M_1 zum Anfangswert $x_0 = 0$ gehören und innerhalb der Fehlergenauigkeit die Funktion

$$y(x) = \cosh(x)$$

repräsentieren.

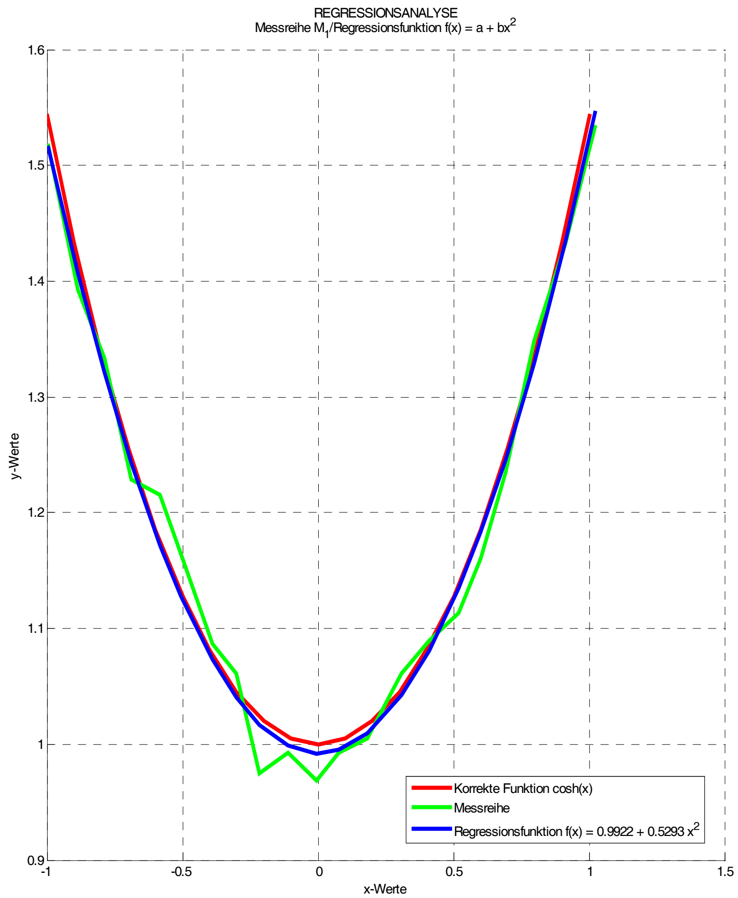

Abbildung 2: Messreihe M_1, Regressionsfunktion $f(x) = 0.9922 + 0.5293x^2$ und die aus der Theorie berechnete Funktion $\cosh(x)$ im Vergleich. Am schlechtesten schneiden die Messwerte ab; die aus ihnen berechnete Regressionsfunktion stimmt hingegen gut mit $\cosh(x)$ überein.

In Abbildung 2 wurden Messreihe M_1, Regressionsfunktion $f(x) = 0.9922 + 0.5293x^2$ und die abgeleiteten Funktion $\cosh(x)$ einander gegenübergestellt. Es zeigt sich, dass die Regressionsfunktion recht gut mit der abgeleiteten Funktion übereinstimmt, obwohl es sich in dem einen Fall um ein Polynom zweiten Grades, im anderen um die Exponentialfunktion

(4) $$\cosh(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x}) .$$

handelt, die offenbar erstmals von LEIBNIZ berechnet wurde.[24] Das Beispiel zeigt ferner, dass man auch eine „falsche“ Funktion technisch nutzen kann, solange sie Werte liefert, die im Toleranzbereich der Anwendung liegen.

Ein Gesetz bezeichnen wir als ‚gesichert’, wenn es aus einer Theorie hergeleitet und innerhalb der Fehlergenauigkeit empirisch durch eine Messreihe bestätigt werden konnte.

§ 17. Anmerkung zur Einfachheit

Gelegentlich ist in wissenschaftstheoretischen Arbeiten die problematische Behauptung zu lesen, die Wissenschaftler ließen sich bei ihrer Arbeit durch ein Einfachheitskriterium leiten. Problematisch ist diese Behauptung zum einen, weil nicht klar gesagt wird, worauf sie sich bezieht, zum anderen weil es kein anerkanntes Maß für Einfachheit gibt. Die Parabel (3) ist sicherlich für die meisten Menschen eine einfachere Funktion als der Kosinus hyperbolicus (4), doch darauf kann keine Rücksicht genommen werden: der Kosinus hyperbolicus ist die korrekte Funktion; man hat keine andere Wahl, man muss sie akzeptieren. Einfachheitsüberlegungen spielen beim Aufbau einer Theorie eine Rolle. Einen Gedanken kann man in einem umgangssprachlichen Text mehr oder weniger umständlich ausdrücken; gleiches gilt, trotz mathematischer Hilfsmittel, für wissenschaftliche Texte, wenn auch in abgeschwächter Form. Hier gibt es Wahlmöglichkeiten, und es ist sinnvoll zu fordern, ohne Verlust an Information eine möglichst einfache Darstellung zu wählen. Doch bleibt Einfachheit immer ein subjektives Urteil.

[24] LEIBNIZ (1691/2007): *Über die Linie, in welche sich etwas biegsames durch sein eignes Gewicht krümmt.* Er schreibt dort p. 12 über seine Vorgänger: „Als erster hat GALILEI über sie nachgedacht, aber nicht ihre Natur erfaßt; sie ist nämlich nicht eine Parabel, wie er vermutet hatte. JOACHIM JUNGIUS ... hat durch Anstellung von Rechnungen und Ausführung von Versuchen die Parabel ausgeschlossen, aber nicht die wahre Linie an ihre Stelle gesetzt.“ Siehe auch: KANGRO (1974): *Joachim Jungius.*

§ 18. Herleitung eines Gesetzes ist ein deduktives Verfahren

Die Funktion $y(x) = \cosh(x)$ wurde nicht aus einzelnen Werten induktiv erschlossen; das Fehlbarkeitsargument des Rabenbeispiels lässt sich hier also nicht mehr vorbringen: Dort wurde behauptet, alle Raben seien schwarz, obwohl man nicht alle Raben auf ihre Farbe hin untersucht hat. Folglich kann man nicht sicher sein, ob nicht doch irgendwann ein nicht-schwarzer Rabe erscheint, so dass die obige Allaussage widerlegt wird. Die Lösung einer Differentialgleichung hingegen ist eine reelle Funktion, definiert über einen Wertebereich $\mathbb{W} = [x_a, x_e]$. Wenn die Berechnung korrekt war, liefert diese Funktion für *alle* Werte aus dem Bereich von x_a bis x_e gültige Funktionswerte. Man kann zwar diesen Sachverhalt in den Allsatz

$$\forall_{x \in \mathbb{W}} \; y(x) = \cosh(x)$$

kleiden, aber die Problematik, die man üblicherweise mit solch einem Satz verbindet, trifft auf ihn nicht zu: Es gibt aus mathematischen Gründen kein $x \in \mathbb{W}$, für den der obige Satz falsch sein könnte. Bei der Herleitung von Naturgesetzen aus einer Theorie gibt es somit keine induktiven Schlüsse; damit entfallen für sie alle Rechtfertigungsprobleme, die sich aus der Induktion ergeben.

Nun besagt aber die Lösung der Differentialgleichung, dass alle homogenen Seile oder Ketten, der Schwerkraft überlassen, die Form einer Kettenlinie annehmen. Ist nicht dieser Satz aus einem Induktionsschluss hervorgegangen? Wir werden darauf in § 34, § 35 und § 36 eingehen.

*

Das Induktionsproblem ist heute untrennbar mit dem Namen HUME und seine *Untersuchung über den menschlichen Verstand* verbunden.[25] Pikanterweise erschien sie sechs Jahre nach der *Mechanica* von EULER,[26] einem bahnbrechenden Werk, das die Grundlagen für das legte, was wir heute ‚Theoretische Physik’ nennen. EULER führte die Variationsrechnung in die Physik ein und zeigte, wie man mechanische Probleme über Differentialgleichungen lösen kann. Damit war der Grundstein für gesicherte Gesetze in der Mechanik gelegt. Sechs Jahre danach beschäftigt sich HUME mit dem Problem, mit welcher Berechtigung wir annehmen, dass auch morgen die Sonne wieder aufgehen wird, mit einem Problem also, das bei seinem Erscheinen bereits veraltet war, das aber die Wissenschaftstheorie offenbar bis auf den heutigen Tag im Zusammenhang mit der Falsifikationslehre in Atem hält.

[25] HUME (1742ff/1973): *Eine Untersuchung über den menschlichen Verstand.*
[26] EULER (1736/1848-53): *Mechanica.*

3 Falsifikation

§ 19. Falsifikationsproblem

In der Wissenschaftstheorie gilt es als eine unumstößliche Wahrheit, dass Naturgesetze durch empirische Daten falsifiziert werden können. Gleichwohl wurden die Bedingungen für die Möglichkeit solch einer Falsifikation offenbar noch nie ernsthaft untersucht. Nun macht es aber wenig Sinn, über die Falsifikation und deren Folgen zu philosophieren, solange ihre Möglichkeit nicht nachgewiesen wurde. Solch einen Nachweis bezeichnen wir als ‚Falsifikationsproblem'. Wir kleiden es in die Frage: Wie muss das Szenario aussehen, bei dem man sagen kann, ein Gesetz sei durch empirische Daten widerlegt worden?

Um diese Frage besser beantworten zu können, gehen wir zu einem einfacheren Anwendungsfall über. Das durchhängende Seil ist ein gutes, nichttriviales Beispiel dafür zu zeigen, dass zwei ganz unterschiedliche Funktionen in einem gewissen Bereich in guter Näherung übereinstimmen; für die Untersuchung des Falsifikationsproblems ist es jedoch zu anspruchsvoll. Da wir aber ein Verständnis für die Herleitung von Naturgesetzen gewinnen müssen und nicht alle Theorien sich für solch eine Herleitung eignen, bleiben wir bei der Physik und wählen als Beispiel die klassischen Mechanik, genauer: wir beschränken uns auf den NEWTON Formalismus für einen Massenpunkt.

Bevor wir jedoch darauf eingehen, zeigen wir zunächst, dass die in der Wissenschaftstheorie bevorzugte Konfrontation mit empirischen Daten in vielen Fällen ungeeignet ist.

§ 20. Unvermeidbare Messfehler lassen oft keine Widerlegung oder Bestätigung zu

Die Regressionsfunktion (3) aus § 10 ist aus $N = 21$ einzelnen x-y-Werten hervorgegangen, liefert jetzt aber y-Werte für *jeden* x-Wert (innerhalb eines bestimmten Wertebereichs). Welchen Status hat diese Funktion? Nach Auffassung des kritischen Rationalismus müssten weitere Messungen durchgeführt werden, um sie zu überprüfen und sie gegebenenfalls zu falsifizieren. Mit einer Falsifikation müsse man jederzeit rechnen, denn in der Messreihe M_1 erscheint z.B. nicht der x-Wert 0.6; es könnte also durchaus sein, dass sich für ihn ein y-Wert ergibt, der mit dem über die Regressionsfunktion (3) berechneten nicht übereinstimmt. Diesen Einwand müssen wir uns etwas genauer anschauen, denn solch eine Missübereinstimmung kann in der Tat nicht ausgeschlossen werden, wurde doch die Regressionsfunktion selbst nur geraten. Dazu betrachten wir eine zeitlose Vorhersage der Form

Zu untersuchendes Gesetz
Testwert

Vorausgesagtes Messergebnis

‚Zeitlos' bedeutet in diesem Zusammenhang, dass die Vorhersage an keinen Zeitpunkt gebunden ist, insbesondere an keinen in der Zukunft liegenden. Es ist daher gleichgültig, wann das vorausgesagte Messergebnis empirisch überprüft wird. Sei $f(0.6) = 1.1827$ der berechnete Wert, dann lautet die Schlussfolgerung

$$\begin{array}{l} f(x) = 0.9922 + 0.5293x^2 \\ x = 0.6 \\ \hline f(0.6) = 1.1827 \end{array}$$

Aufgrund der unvermeidbaren Messfehler lässt sich dieser Wert kaum durch eine Messung reproduzieren; man wird vielleicht $f_{gemessen}(0.6) = 1.13$ erhalten. Wurde damit die Regressionsfunktion $f(x) = 0.9922 + 0.5293x^2$ falsifiziert? Das ist offenbar nicht der Fall. Es ist nicht möglich, mit Sicherheit zu entscheiden, ob neue Messwerte die Funktion falsifizieren oder ob sie aufgrund der Messungenauigkeiten lediglich etwas aus dem Rahmen herausfallen. In Abbildung 1 (§ 10) sind verhältnismäßig große Abweichungen zwischen den Werten aus der Messreihe und den Funktionswerten zu erkennen; wenn neue Messergebnisse vorliegen, wird man daher die Regressionsanalyse wiederholen, in der Hoffnung, dadurch die Parameter a und b etwas genauer bestimmen zu können, aber Falsifikationsversuche wird man nicht unternehmen. Damit von einer Falsifikation gesprochen werden kann, müssen sich empirische und theoretische Daten deutlich voneinander unterscheiden. Die folgenden Paragrafen befassen sich mit solchen Fällen.

Wir beschreiben zunächst die Fallgesetze im reibungsfreien Fall und versuchen Beispiele zu finden, in denen sie als falsifiziert gelten könnten. Als erstes müssen wir zeigen, dass es sich bei ihnen um gesicherte Naturgesetze handelt, d.h. wir müssen sie aus der Theorie herleiten und Messwerte für sie angeben, die nicht im Widerspruch zu ihnen stehen. Die Herleitung erfolgt über den NEWTON Formalismus.

§ 21. NEWTON Formalismus

Die Bewegungsgesetze für einen Massenpunkt ergeben sich für den eindimensionalen Fall aus der NEWTON Bewegungsgleichung

$$(5) \qquad \underbrace{m\ddot{x} = m\frac{\mathrm{d}\dot{x}}{\mathrm{d}t} = m\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t^2}}_{\textit{Masse mal Beschleunigung}} = \underbrace{K(x,\dot{x},t)}_{\textit{Kraft}},$$

welche umgangssprachlich besagt ‚Masse mal Beschleunigung ist gleich Kraft'. Die Anzahl der Punkte über der Ortskoordinate x gibt an, wie oft x nach der Zeit zu differenzieren ist. Bekanntlich liefert die erste Ableitung von x nach der Zeit die Geschwindigkeit v und die zweite Ableitung die Beschleunigung b . Man kann also auch

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \dot{x} \quad \text{und} \quad b = \frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\dot{x}}{\mathrm{d}t} = \ddot{x}$$

schreiben. Die Bewegungsgleichung ist keinen empirischen Daten zugänglich und kann allein aus diesem Grund von ihnen weder falsifiziert noch verifiziert werden. Sie wurde auch nicht auf induktive Weise ermittelt, sondern ist das (mathematische) Ergebnis einer Variationsaufgabe. Sie ist außerdem ein weiterer Beleg dafür, dass wissenschaftliche Erkenntnisse nicht ausschließlich durch Induktionsschlüsse gewonnen werden.

Die Lösungen der Bewegungsgleichung stellen Naturgesetze dar. Jedes über eine Kraftfunktion K beschreibbare System besitzt somit ein eigenes Naturgesetz. Allein über die Bewegungsgleichung lassen sich unendlich viele mechanische Systeme erfassen, darunter insbesondere auch solche, die in unserer Welt gar nicht vorkommen. Nur für wenige Systeme wurde bisher das zugehörige Naturgesetz ermittelt, weil es wenig sinnvoll ist, Naturgesetze auf Vorrat auszurechnen. Sollte ein System wissenschaftlich oder technisch von Interesse sein, so kann man ja jederzeit die fehlende Berechnung nachholen.

Es sei darauf hingewiesen, dass die obige Formulierung wiederum nicht in einen Allsatz der Form ‚für alle K …' uminterpretiert werden darf. Im vorliegenden Fall wird lediglich folgendes ausgesagt: Wenn ein mechanisches System durch eine Kraftfunktion K beschrieben werden kann, dann ist seine Dynamik *aus rein mathematischen Gründen* durch die NEWTON Bewegungsgleichung festgelegt.

§ 22. Freier Fall ohne Reibung

Betrachten wir als Beispiel den freien Fall ohne Reibung, deren Kraftfunktion durch

$$K = mg$$

gegeben ist; m ist die Masse des fallenden Körpers und $g = 9.81\,[\mathrm{m/s^2}]$ die Erdbeschleunigung. Die NEWTON Bewegungsgleichung lautet somit

$$(6) \qquad m\frac{\mathrm{d}\dot{x}}{\mathrm{d}t} = mg\ .$$

Gesucht sind die Fallstrecke $x(t)$ und die Fallgeschwindigkeit $\dot{x}(t)$ jeweils in Abhängigkeit der Fallzeit t. Mit den Anfangswerten $x(t_0) = \dot{x}(t_0) = 0$ erhalten wir (s. Anhang 2) die beiden aus der Schulzeit bekannten Fallgesetze

$$(7) \qquad v(t) = gt\ ,$$

$$x(t) = \frac{1}{2}gt^2\ .$$

Um Rechenfehler auszuschließen, genügt eine einfache Testmessung etwa für das Fallgesetz (7). Sie könnte z.B. die in Tabelle 2 angegebene Messreihe M_2 ergeben haben (s. auch Abbildung 3).

n	t	v
1	0.930	9.789
2	2.124	19.689
3	3.013	29.344
4	3.901	39.226
5	5.006	49.114
6	5.904	58.839
7	6.925	68.658
8	8.075	78.442
9	8.879	88.376
10	9.948	98.195
11	10.989	107.993
12	11.959	117.658

Tabelle 2: Messreihe M_2 für den freien Fall ohne Reibung. Sie repräsentiert das Fallgesetz $v(t) = gt$, das den Zusammenhang zwischen Fallgeschwindigkeit und Fallzeit wiedergibt. Die Messwerte sind mit Messfehlern behaftet und wurden in Abbildung 3 graphisch dargestellt.

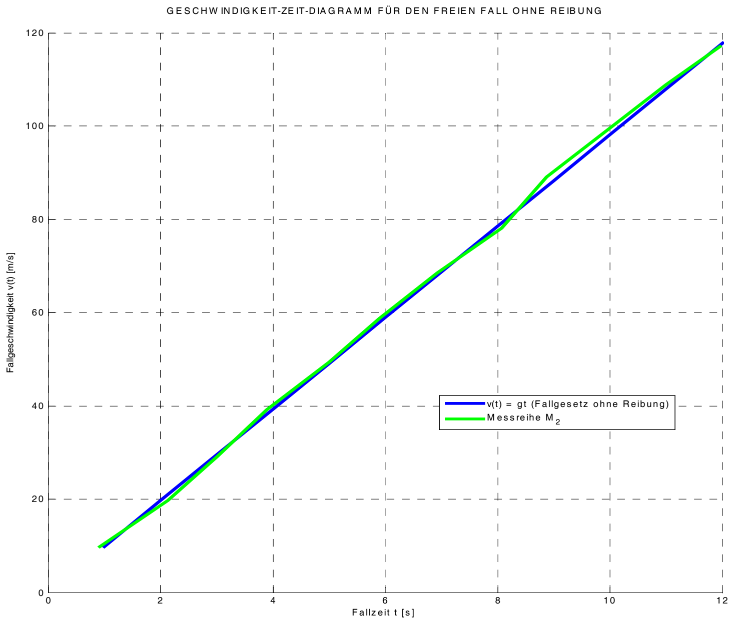

Abbildung 3: Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm für den freien Fall ohne Reibung; dargestellt sind das Fallgesetz $v(t) = gt$ und die Messreihe 2.

Zwar treten bei jeder Messung Messfehler auf, so dass die Messwerte kaum jemals exakt mit den aus dem Gesetz berechneten Werten übereinstimmen werden. Aber ein Rechenfehler bei der Herleitung des Gesetzes würde zu einer falschen Funktion und damit zu Abweichungen führen, die deutlich aus dem Messfehlerbereich herausfallen.

Aus der Messreihe M_2 ließe sich ebenfalls eine Regressionsfunktion berechnen, diesmal würde man allerdings keine Parabel, sondern eine Gerade ansetzen. Wie aus Abbildung 3 zu erkennen, würde diese Regressionsfunktion sehr gut mit dem aus der Theorie hergeleiteten Fallgesetz (7) übereinstimmen. Damit erfüllt es die in § 16 aufgestellte Bedingung für ein gesichertes Naturgesetz. Über Testmessungen hinaus, mit denen man sich gegen Rechenfehler absichert, macht es offenbar wenig Sinn, weitere Messungen durchzuführen, etwa mit dem Ziel das Gesetz noch besser zu bestätigen. Im folgenden geht es um die Frage, wie solch ein gesichertes Gesetz falsifiziert werden kann.

§ 23. Erstes Gegenbeispiel zum Fallgesetz $v(t) = gt$

Angenommen, jemand präsentiert die in Tabelle 3 angegebene Messreihe M_3, von der wir annehmen wollen, dass sie physikalisch sinnvoll ist.

n	t	v
1	91.000	100.910
2	92.058	99.090
3	93.130	99.951
4	94.092	99.627
5	95.153	100.838
6	96.078	99.760
7	97.111	99.999
8	98.189	100.695
9	98.938	100.917
10	100.244	100.920
11	101.064	98.819
12	101.830	100.223
13	102.773	99.305
14	103.848	98.849
15	104.954	101.098
16	106.126	100.587
17	107.046	100.743
18	108.083	101.144
19	108.957	100.226
20	110.072	100.726
21	110.846	101.197

Tabelle 3: Messreihe M_3. Die Messwerte sind mit Messfehlern behaftet; sie wurden in Abbildung 4 dargestellt und den Werten vom Fallgesetz $v(t) = gt$ gegenübergestellt. Es wird vorausgesetzt, dass bei der Messung keine systematischen Fehler gemacht wurden.

Wie aus der Abbildung 4 zu erkennen, sind die Werte aus der Messreihe M_3 mit dem Fallgesetz $v(t) = gt$ nicht vereinbar; die Unterschiede sind so deutlich, dass man sie nicht mehr auf Messungenauigkeiten zurückführen kann: Das Fallgesetz sagt eine konstant wachsende Fallgeschwindigkeit voraus, während in der Messreihe M_3 die Fallgeschwindigkeit gleicht bleibt. Damit haben wir ein Gesetz und zwei Messreihen; die erste Messreihe enthält Daten, die mit dem Gesetz vereinbar sind, bei den Daten der zweiten ist dies nicht mehr der Fall. Also wurde mit der Messreihe M_3 das Fallgesetz $v(t) = gt$ falsifiziert? Wir wollen sehen.

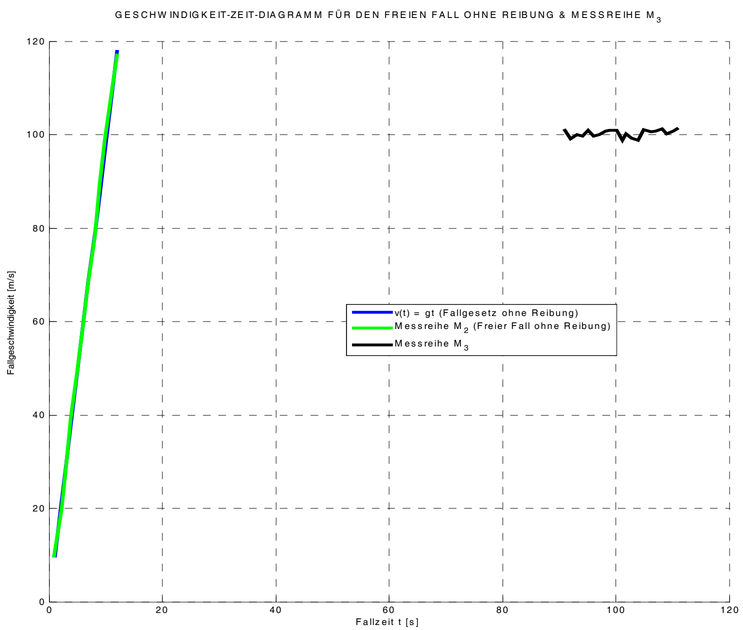

Abbildung 4: Messreihe M_3 im Vergleich mit den Daten für das Fallgesetz ohne Reibung. Die Unterschiede zwischen diesen Werten sind so groß, dass sie sich nicht mehr durch Messfehler erklären lassen.

Als erstes wird man natürlich den Urheber von M_3 fragen, wie er zu seinen Werten gekommen ist. Er könnte antworten: Ich habe untersucht, welche Geschwindigkeiten Fallschirmspringer haben, bevor sie ihren Fallschirm öffnen. Damit stellte sich heraus, dass die Messreihe M_2 unter anderen Bedingungen zustande gekommen ist als Messreihe M_3. Erstere bezieht sich auf den freien Fall ohne, letztere offenbar auf den mit Reibung. Das erklärt natürlich noch nicht, warum in M_3 die Fallgeschwindigkeit konstant bleibt. Genauere Untersuchungen zeigen jedoch, dass es für jede Fallsituation eine gewisse Grenzgeschwindigkeit gibt, die durch einen fallenden Gegenstand nicht mehr überschritten werden kann. Da es solch eine Grenzgeschwindigkeit auch für das Medium Luft gibt, können Fallschirmspringer aus großer Höhe abspringen ohne Schaden zu nehmen; sie erreichen (bei geschlossenem Fallschirm) immer nur maximal etwa 100 m/s. Es muss es somit möglich sein, das Fallgesetz auch für solche Fälle herzuleiten, bei denen die Reibung nicht mehr vernachlässigt werden kann.

§ 24 Freier Fall mit Reibung (kleine Geschwindigkeiten)

Bei kleinen Geschwindigkeiten ist die Kraftfunktion für den freien Fall mit Reibung durch

$$K = mg - \lambda^* \dot{x}$$

gegeben; m ist wieder die Masse des fallenden Körpers, $g = 9.81\,[\mathrm{m/s^2}]$ die Erdbeschleunigung und $\lambda^* > 0$ eine Materialkonstante, welche stark von der Oberflächenbeschaffenheit des Körpers abhängt. So gilt z.B. für eine Kugel vom Radius r und der Viskosität η des umgebenden zähen Mediums das STOKE Gesetz

$$K_{Reibung} = -\underbrace{6\pi\eta r}_{Materialkonstante}\dot{x}\,.$$

Die Materialkonstante interessiert hier nicht; wichtig ist die Annahme, dass die Reibung proportional zur Geschwindigkeit des fallenden Körpers zunimmt. Die NEWTON Bewegungsgleichung lautet für diesen Fall

$$(8)\qquad m\frac{\mathrm{d}\dot{x}}{\mathrm{d}t} = mg - m\lambda(m)\dot{x}\,,\ \text{wobei}\ \lambda(m) = \frac{\lambda^*}{m}$$

Um die Rechnung zu vereinfachen, wurde λ so eingeführt, dass sich die Masse m wieder aus der Bewegungsgleichung heraushebt. Aber λ selbst hängt von der Masse ab, denn es ist nicht zu erwarten, dass bei Reibung die Masse keine Rolle mehr spielen sollte. Die Bewegungsgleichung hat die Lösungen

$$(9)\qquad v(t) = \frac{g}{\lambda}\left(1 - e^{-\lambda t}\right),$$

$$x(t) = \frac{g}{\lambda}t - \frac{g}{\lambda^2}\left(1 - e^{-\lambda t}\right).$$[27]

Die Exponentialfunktion geht für $t \to \infty$ gegen Null; es bleibt die Grenzgeschwindigkeit $\frac{g}{\lambda}$.

Die Bewegungsgleichung (8) weicht von der Bewegungsgleichung (6) „nur“ durch den Term $-\lambda\dot{x}$ ab, dennoch unterscheiden sich ihre Lösungen deutlich voneinander.

[27] s. Anhang 3.

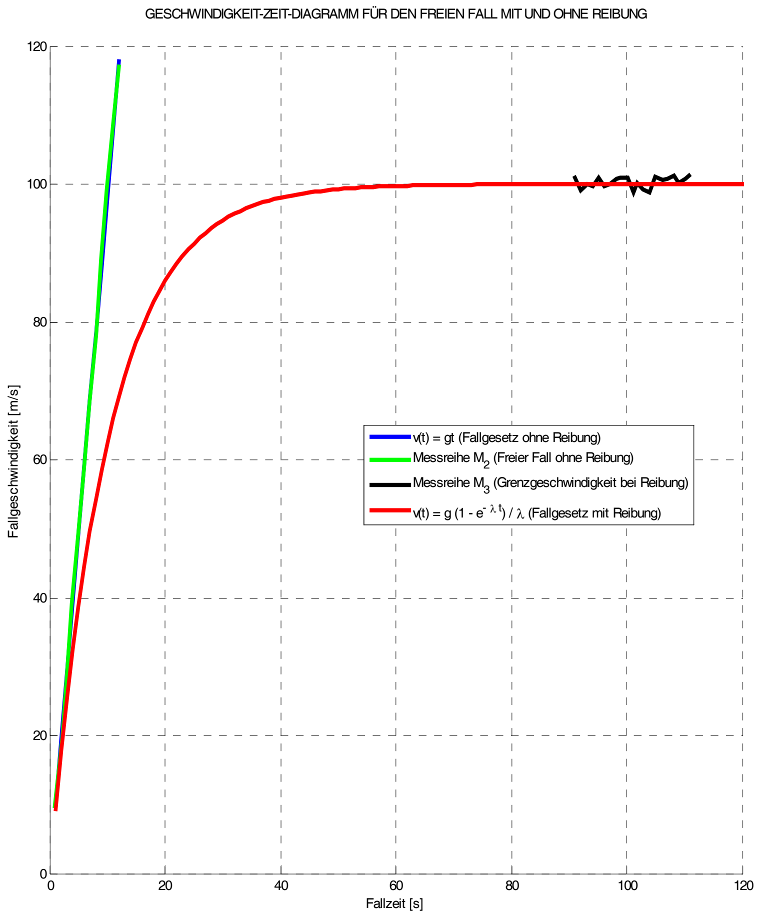

Abbildung 5: Geschwindigkeit-Zeit-Diagramme für den freien Fall mit und ohne Reibung. Die Daten aus der Messreihe M_2 (grün) entsprechen dem freien Fall ohne Reibung; die Daten aus Messreihe M_3 (schwarz) gehören zu dem mit Reibung; sie beschreiben die Situation, nach dem der fallende Körper seine Grenzgeschwindigkeit erreicht hat. Die blaue Kurve beschreibt ein Fallgesetz ohne, die rote Kurve ein Fallgesetz mit Reibung; letztere gibt in etwa die Situation eines Fallschirmspringers wieder, bevor er die Leine zieht.

§ 25. Ursache für die Diskrepanz: Die Daten aus M_3 wurden auf ein falsches Gesetz bezogen

In der Wissenschaftstheorie konstruiert man mit Vorliebe fiktive erfahrungswissenschaftliche Situation und zeigt dann, dass sie auf einen empirischen Konflikt hinauslaufen; ein bekanntes Beispiel hierfür ist das sogenannte GOODMAN Paradoxon. Abgesehen von ihren inneren Widersprüchen,[28] bieten derartige Beispiele keine Möglichkeit, die Ursachen für solche Konflikte herauszufinden, die ja in Wirklichkeit gar nicht empirisch, sondern ebenfalls nur konstruiert sind. Fiktive Konstruktionen erlauben nur wertlose fiktive Erklärungen; es ist daher leicht sie so zu formulieren, dass sich ein Paradoxon ergibt. In einer erfahrungswissenschaftlich orientierten Wissenschaftstheorie haben solche Konstruktionen keinen Platz. Sie muss Konfliktsituationen anhand von realen Beispielen bewerten, denn nur sie können Auskunft über die Konfliktursachen geben.

So sind in Abbildung 5 drei Bereiche zu erkennen: Bereich 1 umfasst die kurzen Fallzeiten; hier wirkt sich die Reibung noch nicht merklich aus und die beiden Fallgesetze, dargestellt durch die rote und blaue Kurve, stimmen noch fast überein. In Bereich 3, dem waagerechte Teil, hat die Reibung ihre volle Wirkung entfaltet, und aus diesem Bereich stammen die Messwerte aus M_3. Dazwischen liegt der nicht betrachtete Übergangsbereich 2.

Die Messreihen M_2 und M_3 passen in der Tat nicht zusammen, obwohl sie physikalisch sinnvolle Werte enthalten. Ab hier gehen Wissenschaftstheoretiker und Wissenschaftler getrennte Wege: Erstere halten das Fallgesetz ohne Reibung für falsifiziert, letztere forschen nach der Ursache für die Diskrepanz und stellen fest, dass sich die Werte aus Messreihen M_3 auf ein ganz anderes Gesetz beziehen, nämlich auf das Fallgesetz mit Reibung, folglich können diese Werte auch nicht das Fallgesetz ohne Reibung falsifizieren; somit bleibt letzteres weiterhin gültig für alle Situationen, in denen man die Reibung vernachlässigen kann. Solch eine anfängliche Diskrepanz endet in der Physik immer mit einem Erkenntnisgewinn, z.B. wenn man das Fallgesetz mit Reibung noch nicht kannte und aufgrund der Werte aus Messreihen M_3 auf dieses Gesetz gestoßen wurde.

Das obige Beispiel lehrt, dass Naturgesetze nicht absolut gelten, sondern nur innerhalb eines bestimmten Bereichs, den wir als ‚Objektbereich' bezeichnen. Die sich daraus ergebenden Konsequenzen werden in § 30 diskutiert.

[28] bezüglich des GOODMAN Paradoxon s. HOPPE (1975): *Goodmans Schein-Rätsel.*

§ 26. Zweites Gegenbeispiel zum Fallgesetz $v(t) = gt$

Für ein echtes Falsifikationsszenario müssen alle Fälle ausgeschlossen werden, bei denen, wie im letzten Beispiel, die Messwerte mit einem falschen Gesetz in Verbindung gebracht wurden, d.h. bei denen es zwar zwei unvereinbare Messreihen gibt, die sich aber auf unterschiedliche physikalische Situationen/Objektbereiche beziehen. Konflikte mit der Erfahrung können höchstens dann zu einer Falsifikation führen, wenn die beiden Messreihen in etwa den gleichen Wertebereich fallen. In Tabelle 4 ist eine Messreihe angegeben, die bezüglich des Fallgesetzes ohne Reibung diese Bedingung erfüllt: es sind die gleichen Geschwindigkeitswerte wie in Messreihe M_3 (Tabelle 3), allerdings kleinen Fallzeiten zugeordnet, so dass sie jetzt zeitlich im Objektbereich von $v(t) = gt$ liegen. In Abbildung 6 ist die Situation graphisch dargestellt.

n	t	v
1	2.000	100.910
2	3.058	99.090
3	4.130	99.951
4	5.092	99.627
5	6.153	100.838
6	7.078	99.760
7	8.111	99.999
8	9.189	100.695
9	9.938	100.917
10	11.244	100.920
11	12.064	98.819
12	12.830	100.223
13	13.773	99.305
14	14.848	98.849
15	15.954	101.098
16	17.126	100.587
17	18.046	100.743
18	19.083	101.144
19	19.957	100.226
20	21.072	100.726
21	21.846	101.197

Tabelle 4: Messreihe M_3^*. Die Geschwindigkeiten sind die gleichen wie in der Messreihe M_3; sie werden allerdings jetzt sehr viel früher erreicht, so dass sie mit dem Objektbereich von Fallgesetz $v(t) = gt$ zusammenfallen.

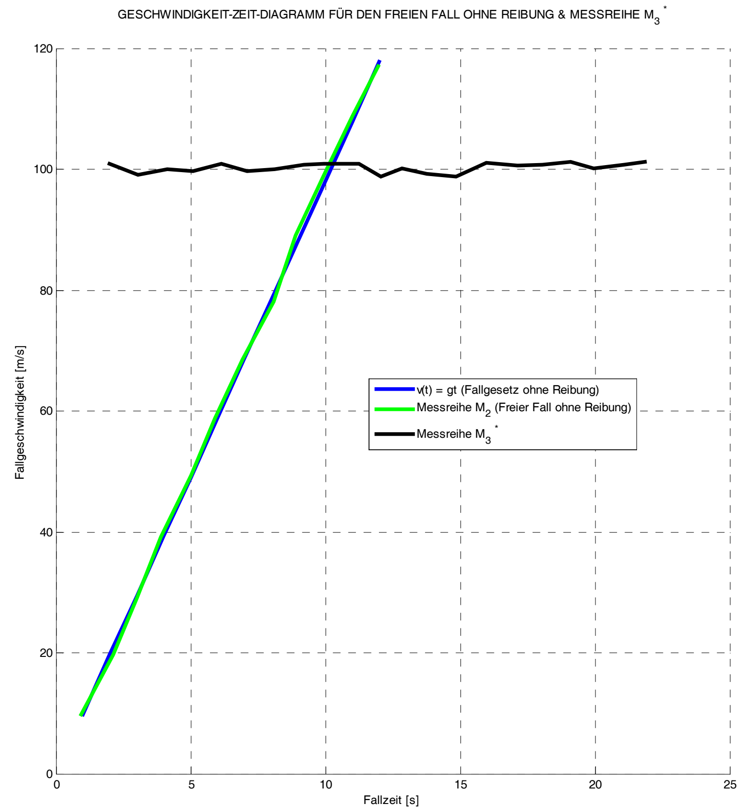

Abbildung 6: Messreihe M_3^* im Vergleich mit den Daten vom freien Fall ohne Reibung. Die Geschwindigkeiten von Messreihe M_3 stimmen mit denen von Messreihe M_3^* überein, allerdings werden sie jetzt früher erreicht, so dass sie mit dem Objektbereich von Fallgesetz $v(t) = gt$ zusammenfallen.

Auf den ersten Blick sieht diese Situation tatsächlich wie ein Widerspruch aus. Allerdings muss man auch bei ihr prüfen, unter welchen physikalischen Bedingungen die Messreihe M_3^* gewonnen wurde. Hier gibt es zwei Fälle: (a) Entweder wurde die Messreihe M_2 unter anderen physikalischen Gegebenheiten gewonnen als Messreihe M_3^* oder (b) beide Messreihen entstanden jeweils unter den gleichen physikalischen Gegebenheiten.

§ 27. Ursache für die Diskrepanz: Unterschiedliche physikalische Gegebenheiten

Was könnte der Grund sein, warum in der Vergangenheit andere Verhältnisse herrschten als in der Gegenwart? Eine Möglichkeit wäre, dass sich unser Sonnensystem inzwischen einem der berüchtigten schwarzen Löcher so weit genähert hat, dass sich durch dessen Einfluss ein bisher unbekannter physikalischer Effekt zeigen konnte. Dieser Fall entspräche aber wieder dem Beispiel aus § 24, d.h. man müsste den Einfluss des schwarzen Loches durch eine entsprechende Kraftfunktion $K_{schwarzes\ Loch}$ ausdrücken und die Bewegungsgleichung

$$m\frac{\mathrm{d}\dot{x}}{\mathrm{d}t} = mg - K_{schwarzes\ Loch}$$

lösen. Man erhielte ein weiteres Fallgesetz, diesmal nicht für den freien Fall mit Reibung, sondern für den freien Fall in der Nähe eines schwarzen Loches. Damit würde die Messreihe M_3^* ebenso wenig das Fallgesetz $v(t) = gt$ falsifizieren wie die Messreihe M_3.

§ 28. Ursache für die Diskrepanz: Es geschah ein Wunder

Was den zweiten Fall betrifft, haben wir folgende Situation: Ein und dieselbe physikalische Gegebenheit hat in der Vergangenheit auf die Messreihe M_2 geführt, in der Gegenwart ergibt sie die Messreihe M_3^*; beide Messreihen widersprechen sich; erstere stimmt im Rahmen der Messgenauigkeit mit dem Fallgesetz (3) überein, folglich falsifizieren die neuen Werte aus Messreihe M_3^* dieses Gesetz.

Hier ergibt sich allerdings ein Problem: Warum sollte ein Gesetz, das sich in der Vergangenheit als gesichert erwiesen hatte, unter den gleichen physikalischen Bedingungen wie früher heute nicht mehr gelten? Nach Voraussetzung hat sich die Welt nicht verändert, trotzdem passt das Gesetz nicht mehr auf die Welt – wie soll man sich das erklären? Darauf gibt es wohl nur eine Antwort: Es geschah ein Wunder. Ein gesichertes Gesetz kann offenbar nur dann falsifiziert werden, wenn ein Wunder vorausging, und dass sich zukünftig Wunder ereignen, kann man in der Tat nicht ausschließen.

Natürlich wäre es eine Katastrophe, wenn sich herausstellte, dass mehrere Generationen von Wissenschaftstheoretikern die Bibliotheken mit ihren Schriften gefüllt haben und noch dabei sind, sie weiter zu füllen, nur um wissenschaftstheoretisch für das Eintreten eines Wunders gerüstet zu sein. Will man dieser Konsequenz nicht folgen, so ist man verpflichtet, ein physikalisch sinnvolles Falsifikationsszenario anzugeben. Es ist nicht akzeptabel, die Falsifikationsmöglichkeit zu behaupten, ohne auch deren Machbarkeit nachzuweisen.

Dass sich die Falsifikationsdoktrin so hartnäckig halten kann und noch immer so viele Befürworter besitzt, muss Gründe haben. Es sind in der Hauptsache zwei: Bei dem einen handelt es sich um einen Denkfehler, bei dem anderen um ein Missverständnis.

§ 29. Denkfehler: Wenn die Falsifikation logisch möglich ist, muss sie auch physikalisch möglich sein

Die Falsifikationsverfechter verhalten sich in dieser Sache so wie jener berühmte Prüfling in Zoologie, der sich auf Elefanten vorbereitet hatte, aber nach Würmern gefragt wurde und durch Analogieschlüsse über kleine und große Würmer schließlich zum Elefantenrüssel gelangte und von dessen Eigenschaften dann zurück auf die der Würmer schloss.

Dass eine Falsifikation möglich ist, wird zunächst an falschen erfahrungswissenschaftlichen Aussagen demonstriert, z.B. ‚alle Stoffe dehnen sich beim Erwärmen aus'; für Zirkoniumwolframat gilt dies nicht, also ist die Aussage falsifiziert. Für Naturgesetze vermag man naturgemäß kein solches Beispiel anzugeben. Deswegen legt man folgenden unzulässigen Analogieschluss nahe: So wie sich falsche Aussagen durch ein physikalisches Gegenbeispiel als falsch entlarven lassen, so kann dies im Prinzip auch bei wahren Aussagen geschehen. Man argumentiert etwa folgendermaßen: Die Behauptungen ‚schwere Gegenstände fallen nahe der Erdoberfläche, sofern sie auf kein Hindernis stoßen, gradlinig nach unten' und ‚wenn ein Lichtstrahl von einem ebenen Spiegel reflektiert wird, ist der Einfallswinkel gleich dem Ausfallswinkel' »könnten, soweit wir wissen, wahr sein. Aber trotzdem sind sie falsifizierbar ... Es ist logisch möglich, dass der nächste Ziegelstein, der fallen gelassen wird, nach oben „fällt" ... Die Behauptung ‚Der Ziegelstein fällt aufwärts, wenn man ihn loslässt' beinhaltet keinen Widerspruch, obwohl es sein mag, dass eine solche Aussage noch niemals durch Beobachtung bestätigt wurde.«[29] Das Reflexionsgesetz »ist falsifizierbar, weil es denkbar wäre, dass ein Lichtstrahl, der in einem schrägen Winkel auf einen Spiegel fällt, im rechten Winkel zum Spiegel reflektiert wird. Dies wird niemals eintreffen, wenn das Reflexionsgesetz wahr ist, aber wenn es eintreten würde, bedeutete dies keinen logischen Widerspruch. ... [Die beiden Behauptungen] sind falsifizierbar, auch wenn sie wahr sein mögen.«[30] Genau das ist der neuralgische Punkt: falsifizierbar, obwohl möglicherweise wahr; doch dass solch ein Fall überhaupt auftreten kann, dafür fehlt der Nachweis.

Bei den falschen und daher falsifizierbaren Aussagen bewegt man sich noch auf den Niederungen der physikalischen Realität, gewissermaßen auf der Wurmebene. Bei den Naturgesetzen kann man keine falsifizierenden Gegenbeispiele benennen, deswegen flüchtet man sich in die Welt der Logik und somit in die Rüsselwelt und behauptet: »Eine Hypothese ist falsifizierbar,

[29] CHALMERS (2007): *Wege der Wissenschaft*, p. 53f.
[30] CHALMERS (2007): *Wege der Wissenschaft*, p. 53.

wenn eine oder mehrere logisch mögliche Beobachtungsaussagen existieren, die mit der Hypothese unvereinbar sind. Wenn diese als wahr nachgewiesen werden, würden sie die Hypothese falsifizieren.«[31] Diese unpräzisen Aussagen enthalten die stillschweigende Behauptung ‚was logisch möglich ist, ist auch physikalisch möglich'; sie müssten folgendermaßen lauten: ‚Eine Hypothese ist *physikalisch* falsifizierbar, wenn eine oder mehrere *logisch mögliche* Beobachtungsaussagen existieren, die mit der Hypothese unvereinbar sind. Wenn diese *mit physikalischen Mitteln* als wahr nachgewiesen werden, würden sie die Hypothese falsifizieren.' Um aber ein Gesetz über empirische Daten falsifizieren zu können, nützt die logische Möglichkeit nichts; es muss physikalisch möglich sein. Denn dass es durchhängende Seile gibt, die nicht die Form einer Kettenlinie haben, sondern z.B. irgendwelche Wellenlinien zeigen, ist logisch möglich. Wenn aber auf das Seil nur die Schwerkraft wirkt, scheidet diese Möglichkeit aus physikalischen Gründen aus.

§ 30. Missverständnis: Gesetze werden nicht falsifiziert, sondern nur ihr Objektbereich eingeschränkt

Nach Ansicht der Falsifikationsbefürworter sind eine gute wissenschaftliche Theorie oder ein gutes wissenschaftliches Gesetz »allein deswegen falsifizierbar, weil sie definitive Aussagen über die Wirklichkeit machen. Für den Falsifikationisten bedeutet dies gleichzeitig, dass eine Theorie mit zunehmender Falsifizierbarkeit auch im weitesten Sinne besser wird. Je umfassender die Ansprüche einer Theorie sind, desto größer ist die Zahl möglicher Gelegenheiten, um nachzuweisen, dass sich die Welt in Wirklichkeit nicht so verhält, wie es die Theorie besagt. Eine sehr gute Theorie ist eine Theorie, die umfassende Aussagen über die Welt macht, die folglich in hohem Maße falsifizierbar ist und die stets einer Falsifizierung standhält.«[32] Dieser Auffassung zufolge sind gute wissenschaftliche Gesetze allein deswegen falsifizierbar, weil sie definitive Aussagen über die Wirklichkeit machen. Dies tun sie allerdings nur innerhalb ihres Objektbereiches; hier gelten aber die Gesetze, und so ergibt sich die merkwürdige Konsequenz, dass man Gesetze, gerade dort wo sie gelten, für falsifizierbar hält.

Ein Gesetz, das im Widerspruch zu empirischen Daten steht, wird wie in § 20 – § 27 beschrieben, in der Physik keinesfalls als falsifiziert gewertet. Ein Konfliktfall wird vielmehr zum Anlass genommen, den Objektbereich des Gesetzes zu präzisieren. Bei solch einer Korrektur wird keine Hilfshypothese eingeführt, es handelt sich auch nicht um einen Immunisierungsversuch, vielmehr wird die neu gewonnene Erfahrung – die Einsicht, dass das Gesetz nur innerhalb eines bestimmten Objektbereiches gilt – sprachlich festgehalten. Nach dieser Methode wurde oben verfahren, um die Widersprüche zwischen den Messreihen M_2 und M_3 und den Fallgesetzen aufzuheben.

[31] CHALMERS (2007): *Wege der Wissenschaft,* p. 54.
[32] CHALMERS (2007): *Wege der Wissenschaft,* p. 56.

Anstelle unablässig Falsifizierungsversuche zu unternehmen, wäre es eine bessere Strategie, den Objektbereich auszuloten, indem man an seine Grenzen geht oder versucht, sie zu überschreiten. Das geschieht in den Wissenschaften auch, setzt jedoch voraus, dass die technischen Möglichkeiten hierfür gegeben sind. Daran scheitert es aber oft, so dass widersprüchliche Daten meist erst dann auftreten, wenn in der Technik Fortschritte erzielt werden konnten.

4 Folgerungen und Ergänzungen

§ 31. Anmerkung zur sogenannten Falsifikation von Theorien

In der Physik werden die Objektbereiche nur in Sonderfällen angegeben; man geht davon aus, dass man als Physiker weiß, wann man ein Gesetz anwenden darf und wann nicht. Diese Vorgehensweise ist nicht ganz korrekt und hat auch gelegentlich schon zu Missverständnissen geführt, aber sie ist bequem. Der Objektbereich wird aber auch oft deswegen nicht angegeben, weil man ihn gar nicht kennt, denn er folgt nicht aus dem Gesetz oder aus der Theorie, aus der das Gesetz hergeleitet wurde.

Der Objektbereich lässt sich meist erst dann genauer eingrenzen, wenn ein übergeordnetes Gesetz bekannt geworden ist. So kann man nach Bekanntwerden des freien Falls mit Reibung sagen, das Fallgesetz $v(t) = gt$ gelte nur für kleine λ. Dieser Parameter tritt im reibungsfreien Fall nicht auf, man konnte daher zuvor diese Einschränkung nicht ausdrücken. Während das übergeordnete Gesetz die Mittel zur Verfügung stellt, um die Objektbereiche der untergeordneten Gesetze zu charakterisieren, bleibt sein eigener Objektbereich solange offen, bis ein weiteres übergeordnetes Gesetz gefunden wurde. Bis dahin verhält man sich zunächst so, als gelte das fragliche Gesetz uneingeschränkt. Diese Vorgehensweise erscheint Außenstehenden vielleicht etwas naiv; aber wenn das nötige Wissen fehlt, gibt es keine andere Möglichkeit. Dafür hält man andererseits ein Gesetz nicht für falsifiziert, bloß weil es Unstimmigkeiten zwischen Gesetz und Daten gibt, denn sie können meist durch Konkretisierung der Objektbereiche aufgehoben werden.

Was hier über Gesetze gesagt wurde, gilt sinngemäß auch für Theorien. Nach einer weitverbreiteten Ansicht wurde die klassische Mechanik sowohl durch die Quantenmechanik als auch durch die Relativitätstheorie falsifiziert. Doch was soll das heißen? Nehmen wir ein Beispiel: Flugzeuge werden nach den Gesetzen der klassischen Mechanik konstruiert. Angenommen, letztere wurde falsifiziert, während sich einige von ihnen gerade auf dem Flug befanden. Was ist passiert? Eigentlich hätten sie – weil nach der falschen Theorie konstruiert – sofort abstürzen müssen. Aber sie sind weitergeflogen und haben die Falsifikationstheorie falsifiziert.

Denn auch für eine Theorie lässt sich ein Objektbereich definieren; es ist die Menge aller gesicherten Gesetze, die sich aus ihr ableiten lassen. So wie nun die „falsifizierten“ Gesetze weiterhin innerhalb ihres Objektbereiches gültig bleiben, so auch die Theorien. Alles was innerhalb ihres Objektbereiches konstruiert wurde, funktioniert weiterhin; was versucht wurde außerhalb ihres Objektbereiches zu konstruieren, hat nie funktioniert. Und so käme kein Techniker auf die Idee, in der Raumfahrt auf die Quantenmechanik zurückzugreifen, bloß weil sie der klassischen Mechanik übergeordnet ist.

Nun wäre es natürlich naheliegend, zu jeder Theorie den Objektbereich gleich mit anzugeben. Aber das ist bei Theorien ebenso wenig möglich wie bei den Gesetzen, denn der Objektbereich sagt etwas *über* eine Theorie aus, nämlich über ihre Geltung; es handelt sich also dabei um Metaaussagen, die nicht mit den Sprachmitteln der betreffenden Theorie formuliert werden können. Diese müssen – ähnlich wie bei den Gesetzen – von einer übergeordneten Theorie zur Verfügung gestellt werden. So wurde der Objektbereich der klassischen Mechanik eingeschränkt über die nicht zur klassischen Mechanik gehörenden Begriffe ‚Lichtgeschwindigkeit’ und ‚Plancksches Wirkungsquantum’.

Der Bezug auf den Objektbereich einer Theorie erlaubt es, Behauptungen wie ‚eine Theorie sei näherungsweise wahr’, oder ‚eine Theorie löse die andere ab und dabei nähere man sich immer weiter der Wahrheit an’, einen Sinn zu geben. Hintergrund dieser Formulierung ist die Erfahrung, dass Theorien gelegentlich Gesetze liefern können, die in Konflikt mit empirischen Daten stehen. ‚Näherungsweise wahr’ kann man auf die Unkenntnis des Objektbereiches beziehen und die Annährung an die Wahrheit damit in Verbindung bringen, dass der Objektbereich der alten Theorie in dem der neuen enthalten ist.

§ 32. Anmerkung zur Unterbestimmtheit von Theorien

Die These von der Unterbestimmtheit einer Theorie fußt auf der Annahme, dass zu jeder Theorie stets empirisch äquivalente Alternativtheorien existieren. Diese These krankt zum einen am verschwommenen Theoriebegriff und zum anderen an der Vermengung logischer und erfahrungswissenschaftlicher Aspekte.

Zumindest in der Physik können nur Gesetze empirisch äquivalent sein, was in unserem Sprachgebrauch bedeutet: sie haben den gleichen Objektbereich. In diesem Sinne könnte man aus der Messreihe M_1 neben der Regressionsfunktion $f(x) = 0.9922 + 0.5293x^2$ noch andere Näherungsfunktionen berechnen, die im Rahmen der Messgenauigkeit als empirisch äquivalent gelten dürfen; hier ergibt sich also eine gewisse Unterbestimmtheit. Aber sie verschwindet in dem Augenblick, wo das korrekte Gesetz, nämlich die Kettenlinie $f(x) = \cosh(x)$, aus der Theorie hergeleitet wurde; sie macht alle bis dahin aufgestellten Näherungsfunktionen über das durchhängende Seil hinfällig.

Nun behauptet aber QUINE, physikalische Theorien könnten miteinander in Konflikt stehen und doch mit allen möglichen Daten übereinstimmen; sie könnten logisch unverträglich und empirisch äquivalent sein.[33] Das ist ein echter Galimathias. Wie schon erwähnt, können Theorien nicht empirisch äquivalent sein; vielmehr sind zwei Theorien äquivalent, wenn man aus ihnen die gleichen Gesetze ableiten kann. Beispiele für äquivalente Theorien sind in den Wissenschaften selten. In der Mathematik gibt es die Fluxionsrechnung von NEWTON und die Differentialrechnung von LEIBNIZ, in der Quantenmechanik die Matrizendarstellung von HEISENBERG und die Darstellung über Wellenfunktionen von SCHRÖDINGER. Äquivalent heißt, es ist gleichgültig, welche Darstellung man wählt, außerdem kann man von der einen Darstellung in die andere wechseln. Warum sie deshalb logisch unverträglich sein sollen, ist nicht nachvollziehbar. Doch selbst wenn sie dies in irgendeinem Sinn wären – dem Wissenschaftler kümmerte es wenig; für ihn sind die Darstellungen inhaltlich gleichwertig. Dass er sich für eine Darstellung entscheidet, hat daher ausschließlich praktische Gründe: Gewählt wird die jeweils am einfachsten handhabbare Darstellung, und so hat man sich für die Differentialrechnung von LEIBNIZ und für die Wellenfunktionen von SCHRÖDINGER entschieden.

§ 33. DUHEM-QUINE These

DUHEM wies bereits um 1906 nach, dass ein physikalisches Experiment niemals zur Verwerfung einer isolierten Hypothese, sondern immer nur zu der einer ganzen theoretischen Gruppe führen kann. Er machte vor allem geltend, dass zur Durchführung eines Experimentes auf Theorien zurückgegriffen werden müsse. Angenommen, ein Physiker will die Unrichtigkeit eines Lehrsatzes beweisen.

> »Um aus diesem Lehrsatz eine zu erwartende Erscheinung abzuleiten, um das Experiment, das zeigen soll, ob diese Erscheinung eintritt oder nicht, anzuordnen, um die Resultate dieses Experimentes zu interpretieren und um zu konstatieren, ob die erwartete Erscheinung aufgetreten sei, kann er sich nicht auf die Anwendung des in Frage stehenden Lehrsatzes beschränken. Er wendet noch eine ganze Gruppe von Theorien, die von ihm nicht in Frage gestellt sind. Das Auftreten oder Nichtauftreten der Erscheinung, das die Debatte entscheiden soll, ergibt sich nicht aus dem strittigen Lehrsatz allein, sondern aus der Verbindung desselben mit dieser ganzen Gruppe von Theorien. Wenn die erwartete Erscheinung nicht auftritt, wird nicht nur der einzige strittige Lehrsatz widerlegt, sondern das ganze theoretische Gerüst, von dem der Physiker Gebrauch gemacht hat. Das Experiment lehrt uns bloß, daß unter allen Lehrsätzen, die dazu gedient haben, die Erscheinung vorauszusagen und zu konstatieren, daß sie nicht auftritt, mindestens einer ein

[33] QUINE (1979): *On the reasons for indeterminacy of translation*, p. 179.

Irrtum sei. Aber wo dieser Irrtum liegt, sagt es uns nicht. Erklärt der Physiker, daß dieser Irrtum gerade in dem Lehrsatz, den er widerlegen will, enthalten sei und nirgends anders? Das würde bedeuten, daß er implizite die Richtigkeit aller anderen Lehrsätze, von denen er Gebrauch macht annimmt. Ebensoviel, wie dieses Vertrauen, ist sein Schluß wert.«[34]

Außerdem folgt daraus, dass ein experimentum crucis in der Physik unmöglich ist.[35]

Die Argumentation von DUHEM lässt sich kurz und prägnant inform der folgenden logischen Schlussfolgerung zusammenfassen:

Lehrsätze, von denen Gebrauch gemacht wurde
Fraglicher Lehrsatz
Experimentelle Fakten

Vorausgesagtes Ergebnis

Kann die erwartete Erscheinung nicht experimentell nachgewiesen werden, ist die Schlussfolgerung ungültig. Es gibt keine Möglichkeit, mit logischen Mitteln die Ursache für die Unstimmigkeit zu ermitteln; das ist ein Fakt.

Philosophen neigen dazu, Fakten, die mit ihrer Lehrmeinung in Widerspruch stehen, als Thesen zu deklarieren: Fakten kann man schlecht ignorieren, aber über Thesen darf man sich ungestraft hinwegsetzen. Die Aussage, dass ein physikalisches Experiment niemals zur Verwerfung einer isolierten Hypothese, sondern immer nur zu der einer ganzen theoretischen Gruppe führen kann, wird daher als DUHEM-These, und nachdem sie von QUINE zitiert wurde,[36] als DUHEM-QUINE-These bezeichnet.

Die Aussage von DUHEM trifft vor allem den Grundsatz der Falsifikationslehre, wonach die Falschheit von allgemeinen Aussagen aus Einzelaussagen abgeleitet werden kann.[37] Er stützt sich auf logische Schlussfolgerungen der Form

Fragliches Gesetz
Experimentelle Fakten

Vorausgesagtes Ergebnis.

[34] DUHEM (1906/1908/1998): *Ziel und Struktur der physikalischen Theorien,* p. 245f.
[35] DUHEM (1906/1908/1998): *Ziel und Struktur der physikalischen Theorien,* p. 249 – 253.
[36] QUINE (1953/1963): *Two dogmas of empiricism,* p. 41.
[37] vgl. CHALMERS (2007): *Wege der Wissenschaft,* p. 52f.

Stimmt das vorausgesagte Ergebnis nicht mit dem empirischen Befund überein, gilt das fragliche Gesetz als falsifiziert. Diese Schlussfolgerung wäre richtig, wenn nur dieses Gesetz an der Untersuchung beteiligt wäre, denn dann gäbe es keine andere Möglichkeit; das ist aber in der Physik nachweislich nicht der Fall.

§ 34. Rechtfertigung des Formalismus’

Abschließend wollen wir noch kurz auf die Frage eingehen, auf welche Weise sich der Formalismus rechtfertigen lässt. Es genügt, wenn wir uns dabei auf die NEWTON Bewegungsgleichung

$$m\ddot{x} = K(x, \dot{x}, t)$$

beschränken. An dieser Gleichung fällt auf, dass ihre linke Seite unabhängig ist von dem zu untersuchenden physikalischen System. Ob man den freien Fall, die Bahn eines Planeten um die Sonne oder irgendeine andere Aufgabe behandeln möchte – immer steht auf der linken Seite der Ausdruck $m\ddot{x}$. Damit bleibt, um das jeweilige System zu beschreiben, nur die Kraftfunktion K: sie ist systemspezifisch, $m\ddot{x}$ dagegen ist systemunabhängig. Den Formalismus rechtfertigen, bedeutet daher zwei Teilaufgaben lösen: (a) die Rechtfertigung der jeweiligen Kraftfunktion und (b) die der NEWTON Bewegungsgleichung als Ganzes.

§ 35. (a) Rechtfertigung der Kraftfunktion

Die Kraftfunktion K dient der Beschreibung des fraglichen Systems und kann somit weder wahr noch falsch sein, dafür kann sie aber das betreffende System richtig oder falsch beschreiben. Ist letzteres der Fall, so liefert die NEWTON Bewegungsgleichung nicht etwa ein Naturgesetz mit dem Wahrheitswert ‚falsch’, sondern sie liefert ein wahres Naturgesetz, das aber nicht zum fraglichen, sondern zu einem anderen mechanischen System gehört. Eine Kraftfunktion ist somit gerechtfertigt, wenn sie die korrekte Beschreibung des Systems bietet. Man überprüft dies durch eine doppelte empirische Absicherung, aus der im übrigen hervorgeht, dass eine scharfe Trennung zwischen Entdeckung und Rechtfertigung in der Physik oft nicht möglich ist.

Zum einen nutzt man aus, dass die Bewegungsgleichung für jedes K ein empirisch überprüfbares Naturgesetz liefert. Gibt es Konflikte mit den Daten, weiß man, dass K korrigiert werden muss. Das ist die empirische Absicherung über die Lösung der Bewegungsgleichung. Die andere erfolgt über die Kraftfunktion selbst, die gelegentlich ebenfalls als ein Naturgesetz aufgefasst wird. Doch das ist an dieser Stelle missverständlich, weil es hier nur um die Beschreibung eines individuellen Systems geht. Wichtig ist jedoch, dass sich auch K empirisch überprüfen lässt; das ist die zweite Absicherung. Beide Absicherungen erfolgen völlig unabhängig voneinander.

So liefert z.B. die Kraftfunktion für den freien Fall

$$K = mg - \lambda m\dot{x}$$

als Lösung der Bewegungsgleichung das Fallgesetz

$$v(t) = \frac{g}{\lambda}\left(1 - e^{-\lambda t}\right).$$

Angenommen, dieses Gesetz passe nicht zu den Messergebnissen, die man für ein bestimmtes physikalisches System erhalten hat; dann muss man die Kraftfunktion überprüfen. Dabei könnte sich herausstellen, dass für dieses physikalische System die Kraftfunktion

$$K = mg - \lambda m\dot{x}^2$$

genommen werden muss, denn bei höheren Geschwindigkeiten erweist sich oft die Reibungskraft proportional dem Geschwindigkeitsquadrat. Bei der ersten Überprüfung werden Fallzeit und Fallgeschwindigkeiten gemessen, bei der zweiten Kräfte. Die beiden Überprüfungen beziehen sich auf unterschiedliche Messgrößen und sind daher voneinander unabhängig.

Die Kraftfunktionen haben einen anderen Status als die aus der Bewegungsgleichung hergeleiteten Gesetze. Es sind empirische Gesetze, für die es oft noch keine Herleitung gibt. Offenbar sind hierfür andere Ansätze notwendig als die Ableitung aus einer Bewegungsgleichung; so wären bestimmte systemtheoretische Ansätze denkbar. Eine solche Herleitung bedeutete für die Kraftfunktionen eine weitere Verankerung in der Theorie.

Es sei noch angemerkt, dass die Gesetze in anderen Wissenschaften meist auf der Ebene der Kraftfunktionen und weniger auf der Ebene von Bewegungs- d.h. Differentialgleichungen liegen, denn die Kraftfunktionen beschreiben das System. Das sollte man berücksichtigen, wenn man die Physik als Vorbild für andere Wissenschaften empfiehlt.

§ 36. (b) Rechtfertigung der NEWTON Bewegungsgleichung

Da die Bewegungsgleichung als Differenzialgleichung keinen Bezug mehr zur Erfahrung hat, gibt es keine Daten mit denen man sie bestätigen könnte. Ihre Rechtfertigung erfährt sie durch ihre Verankerung in einem Theorienkomplex, an dem sowohl physikalische als auch mathematische Theorien beteiligt sind. Die Verankerung zeigt sich bereits daran, dass es, wie in § 35 beschrieben, möglich ist über sie Kraftfunktionen zu rechtfertigen, und zwar alle Kraftfunktionen, für die eine Lösung der Bewegungsgleichung existiert. Dabei sind nicht nur die oben behandelten eindimensionalen Fälle und nicht nur mechanische Systeme gemeint. So beschreibt die rechte Seite der Gleichung

$$m\ddot{\mathbf{x}} = q\,[\,\mathbf{E}(\mathbf{x},t) + \frac{\dot{\mathbf{x}}}{c} \times \mathbf{B}(\mathbf{x},t)]$$

die LORENTZ Kraft, das ist die Kraft, die ein äußeres elektrisches Feld **E** und ein magnetisches Feld **B** auf eine Punktladung q ausübt (die fetten Buchstaben stehen für vektorielle Größen im dreidimensionalen Raum). In diesem Fall handelt es sich also um eine Anwendung der NEWTON Bewegungsgleichung in der Elektrodynamik.

Ihre Verankerung in mathematischen Theorien erfährt die Bewegungsgleichung durch ihre Ableitung aus einem Variationsverfahren.[38] Es beruht auf einem sehr allgemeinen Prinzip, das in umgangssprachlicher Formulierung ‚das Prinzip der kleinsten Wirkung' genannt wird. Es ist nicht auf die klassische Mechanik begrenzt, denn auch andere Grundgleichungen der Physik wie die MAXWELL Gleichungen (Elektrodynamik)[39] oder die SCHRÖDINGER Gleichung (Quantenmechanik)[40] können aus ihm hergeleitet werden. Das ist bereits ein unvorstellbar großer Objektbereich, der sich aber noch auf nichtphysikalische Bereiche ausdehnen lässt, sofern es auch dort Wirkungsgrößen gibt. So könnte man das Prinzip der kleinsten Wirkung z.B. auch als ein ökonomisches Prinzip der Volkswirtschaft interpretieren.

[38] Über das Variationsverfahren gibt es eine reichhaltige Literatur. Meist wird es kurz in den Lehrbüchern der theoretischen Physik beschrieben, aber diese Darstellungen taugen oft nicht viel. Eine gute Einführung ist FOX (1987): *An introduction to the Calculus of Variations.*
[39] SÜßE & MARX (1994): *Theoretische Elektrotechnik. Band 1: Variationstechnik und Maxwellsche Gleichungen.*
[40] LANDAU & LIFSCHITZ (1965): *Quantenmechanik*, p. 62 – 64.

*

Wenn die real wahrnehmbare physikalische Welt eine Einheit bildet, in der für isolierte Ereignisse kein Platz ist, muss dies auch in ihrer sprachlichen Darstellung zum Ausdruck kommen. Die Darstellung kann daher nicht aus einzelnen Gesetzen oder Hypothesen bestehen, auch nicht aus logischen Konjunktionen von Allaussagen. Damit versagen alle wissenschaftstheoretischen Methoden, die solche Entitäten zur Voraussetzung haben.

Das sprachliche Gegenstück zur einheitlichen Welt ist ein physikalisch-mathematischer Theorienkomplex. Würde es empirischen Daten aus der Mechanik geben, die nahe legten, die Bewegungsgleichung aufzugeben, dann stünde zugleich das Variationsprinzip und damit die gesamte mit ihm in Beziehung stehende Physik infrage. Dies bestätigt erneut die Aussage von DUHEM und veranschaulicht überdeutlich die Schlichtheit wissenschaftstheoretischer Bemühungen, auf dem Niveau des Rabenbeispiels das Begründungsproblem von isolierten Hypothesen zu lösen oder zu zeigen, dass es sich um ein unlösbares Problem handelt.

Zur Qualitätssicherung eines Theorienkomplexes sind offenbar Methoden gefragt, welche die Verflechtung der einzelnen Theoriebausteine angemessen berücksichtigen. Aus welchen Bausteinen eine Theorie besteht und in welcher Weise die Bausteine miteinander verknüpft sind, stellen noch offene Fragen dar; sich mit ihnen auseinanderzusetzen, ist eine interessante Forschungsaufgabe.[41]

Ein Theorienkomplex lässt sich mit einem Landschaftsbild vergleichen, an dem viele Wissenschaftler gemalt haben und noch immer malen; hin und wieder werden Verzeichnungen erkannt, und es ergibt sich die Notwendigkeit, Korrekturen vorzunehmen; niemals käme man in den Wissenschaften allerdings auf die Idee, aufgrund einer Verzeichnung alles zuvor Gemalte wegzuwerfen und mit einem leeren Blatt Papier neu zu beginnen.

[41] JAENECKE (2002): *Wissensbausteine.*

Anhang 1: Regressionsanalyse

Die Parameter a und b der Funktion

$$f(a,b;x) = a + bx^2 \tag{10}$$

sind so zu bestimmen, dass sie das LEGENDRE Maß

$$m(a,b) = \sum_{n=1}^{N} [f(a,b;x_n) - y_n]^2 \tag{11}$$

zu einem Minimum machen. In der Mathematik löst man Optimierungsaufgaben üblicherweise mit Hilfe der Differentialrechnung: Man differenziert die Maßfunktion (11) partiell nach a und b und erhält zwei erste Ableitungen. Setzt man sie gleich Null, ergeben sich zwei Gleichungen mit den beiden Unbekannten a und b, aus denen dann a und b bestimmt werden können. Falls Extremwerte existieren, handelt es sich bei ihnen stets um ein Minimum, weil die Maßfunktion m immer positiv. Im einzelnen ergibt sich folgende Rechnung:

Zunächst wird die in Gleichung(10) definierte Funktion f in die Maßfunktion(11) eingesetzt; das führt auf das Maß

$$m(a,b) = \sum_{n=1}^{N} (a + bx_n - y_n)^2 ,$$

dessen erste (partielle) Ableitungen

$$\frac{\partial m}{\partial a} = 2\sum_{n=1}^{N} (a + bx_n^{\;2} - y_n) = 0$$

und

$$\frac{\partial m}{\partial a} = 2\sum_{n=1}^{N} (a + bx_n^{\;2} - y_n)\, x_n^{\;2} = 0$$

lauten. Spaltet man die Summen auf, so ergeben sich daraus die beiden Gleichungen

$$aN + b\sum_{n=1}^{N} x_n^{\;2} - \sum_{n=1}^{N} y_n = 0$$

und

$$a\sum_{n=1}^{N}x_n^{\;2}+b\sum_{n=1}^{N}x_n^{\;4}-\sum_{n=1}^{N}y_nx_n^{\;2}=0\,.$$

Die erste Bestimmungsgleichung auf a umgeformt, ergibt mit

$$a=\frac{1}{N}\left(\sum_{n=1}^{N}y_n-b\sum_{n=1}^{N}x_n^{\;2}\right). \tag{12}$$

die erste Lösung. Setzt man sie in die zweite Bestimmungsgleichung ein, folgt mit

$$\frac{1}{N}\left(\sum_{n=1}^{N}y_n-b\sum_{n=1}^{N}x_n^{\;2}\right)\sum_{n=1}^{N}x_n^{\;2}+b\sum_{n=1}^{N}x_n^{\;4}-\sum_{n=1}^{N}y_nx_n^{\;2}=0$$

bzw.

$$\frac{1}{N}\left(\sum_{n=1}^{N}y_n-b\sum_{n=1}^{N}x_n^{\;2}\right)\sum_{n=1}^{N}x_n^{\;2}+b\sum_{n=1}^{N}x_n^{\;4}-\sum_{n=1}^{N}y_nx_n^{\;2}=0$$

und

$$b\left[\sum_{n=1}^{N}x_n^{\;4}-\frac{1}{N}\left(\sum_{n=1}^{N}x_n^{\;2}\right)^2\right]=\sum_{n=1}^{N}y_nx_n^{\;2}-\frac{1}{N}\left(\sum_{n=1}^{N}y_n\right)\left(\sum_{n=1}^{N}x_n^{\;2}\right)$$

die zweite Lösung

$$b=\frac{\displaystyle\sum_{n=1}^{N}y_nx_n^{\;2}-\frac{1}{N}\left(\sum_{n=1}^{N}y_n\right)\left(\sum_{n=1}^{N}x_n^{\;2}\right)}{\displaystyle\left[\sum_{n=1}^{N}x_n^{\;4}-\frac{1}{N}\left(\sum_{n=1}^{N}x_n^{\;2}\right)^2\right]}, \tag{13}$$

die auf ihrer rechten Seite nur noch die Werte aus der Wertetabelle enthält. Setzt man sie ein, erhält man den gewünschten Wert für den Parameter b, entsprechend lässt sich nun über die Lösung (12) der gewünschte Parameter a berechnen.

Anhang 2: Freier Fall ohne Reibung

Die Kraftfunktion für den freien Fall ohne Reibung ist durch

$$K=mg$$

gegeben; m ist die Masse des fallenden Körpers und $g=9.81\,[\mathrm{m/s^2}]$ die Erdbeschleunigung. Die NEWTON Bewegungsgleichung lautet somit

$$m\frac{\mathrm{d}\dot{x}}{\mathrm{d}t}=mg\,. \tag{14}$$

Gesucht sind die Fallstrecke $x(t)$ und die Fallgeschwindigkeit $\dot{x}(t)$ jeweils in Abhängigkeit der Fallzeit t. Die Masse m hebt sich heraus, d.h. die Fallgesetze hängen nicht von der Masse der fallenden Körper ab, woraus sich dann ergibt, dass unterschiedlich schwere Körper gleich schnell fallen. Lässt man den Term mit $\dot{x}$ auf der linken Seite der Gleichung und schafft man die Anteile mit $\mathrm{d}t$ auf die rechte Seite („Trennung der Variablen“), so ergibt sich

$$\mathrm{d}\dot{x}=g\mathrm{d}t$$

Beide Seite können nun getrennt integriert werden; das führt auf

$$\dot{x}(t)=v(t)=gt+C_1\,, \tag{15}$$

wobei C_1 eine Integrationskonstante ist. Damit haben wir das erste Fallgesetz bestimmt, das den Zusammenhang zwischen der Fallzeit und der Fallgeschwindigkeit $\dot{x}$ angibt. Um das zweite Fallgesetz zu erhalten, das die Beziehung zwischen Fallzeit und Fallstrecke beschreibt, müssen wir in die Gleichung (15) $\dot{x}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}x$ einsetzen; wir erhalten

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}x=gt+C_1\,. \tag{16}$$

Als nächstes trennen wir wieder die Variablen, so dass sich mit

$$\mathrm{d}x=(gt+C_1)dt$$

wieder eine Gleichung ergibt, die auf beiden Seiten getrennt integriert werden kann; das führt auf

(17) $$x(t) = \frac{1}{2}gt^2 + C_1 t + C_2\,;$$

dabei ist C_2 eine weitere Integrationskonstante. Die Integrationskonstanten können berechnet werden, wenn man zu irgendeinem Zeitpunkt t_0 die Werte $x(t_0)$ und $\dot{x}(t_0)$ kennt. Als t_0 wird oft der Zeitpunkt gewählt, bei dem der Fallversuch beginnt; man bezeichnet diese Werte daher auch als ‚Anfangswerte'. Ohne Einschränkung der Allgemeinheit darf man hier $t_0 = 0$ wählen. $x(t_0)$ gibt an, welche Strecke der Körper bis zum Zeitpunkt t_0 bereits zurücklegte, $\dot{x}(t_0)$ welche Geschwindigkeit er bei t_0 hat. Welche Werte man hierfür annimmt, hängt von den Versuchsbedingungen ab. Wenn man den Fallversuch mit einem ruhenden Körper beginnt, ist $x(t_0) = \dot{x}(t_0) = 0$. Diese Anfangswerte in die beiden Fallgesetze (16) und (17) eingesetzt, liefert $C_1 = C_2 = 0$ und wir erhalten die beiden Fallgesetze

$$v(t) = gt\,,$$

$$x(t) = \frac{1}{2}gt^2\,.$$

Anhang 3: Freier Fall mit Reibung bei kleinen Geschwindigkeiten

Beim freien Fall mit Reibung, aber bei kleinen Geschwindigkeiten ist die Kraftfunktion durch

$$K = mg - m\lambda(m)\dot{x}$$

gegeben, dabei ist $\lambda(m)$ eine Materialkonstante. Kürzt man die Masse heraus, erhält man die NEWTON Bewegungsgleichung

$$\frac{\mathrm{d}\dot{x}}{\mathrm{d}t} = g - \lambda\dot{x}\,.$$

Mit

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \dot{x}$$

ergibt sich daraus die Differentialgleichung

(18) $$\dot{v} + \lambda v = g\,.$$

Die allgemeine Lösung der linearen Differentialgleichung

$$\dot{v}(t) + a(t)v(t) = f(t)$$

lautet

(19) $$v(t) = e^{-A(t)}\left(\int \mathrm{d}\tau\ e^{A(\tau)} f(\tau) + C_1\right), \text{ wobei } A(t) = \int \mathrm{d}\tau\, a(\tau) + C_2\,.$$ [42]

In Bezug auf die Differentialgleichung (18) ist

$$f(t) = g\,,\ a(t) = \lambda \ \text{ und somit } \ A(t) = \int d\tau\ \lambda = \lambda t + C_2\,.$$

Setzt man dies in die allgemeine Lösung (19) ein, so erhält man

$$v(t) = e^{-\lambda t - C_2}\left(g\int \mathrm{d}\tau\ e^{\lambda\tau + C_2} + C_1\right)$$

Mit

$$\int \mathrm{d}\tau\, e^{\lambda\tau + C_2} = \frac{1}{\lambda}e^{\lambda t + C_2}$$

ergibt sich daraus die Lösung

(20) $$v(t) = C_1 e^{-C_2} e^{-\lambda t} + \frac{g}{\lambda}\,.$$

Die Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t_0 ist

$$v(t_0) = C_1 e^{-C_2} e^{-\lambda t_0} + \frac{g}{\lambda}\,;$$

daraus folgt

$$\left(v(t_0) - \frac{g}{\lambda}\right)e^{+\lambda t_0} = C_1 e^{-C_2}\,.$$

In die Lösung (20) eingesetzt, ergibt dies

[42] MEYBERG, KURT & VACHENAUER, PETER (2001): *Höhere Mathematik 2,* p. 16 – 18.

$$v(t)=\left(v_0-\frac{g}{\lambda}\right)e^{-\lambda(t-t_0)}+\frac{g}{\lambda}\,.$$

Diese Lösung lässt sich vereinfachen, wenn man als Anfangswerte $t_0=v_0=0$ wählt; wir erhalten dann

$$v(t)=\frac{g}{\lambda}\left(1-e^{-\lambda t}\right)\,. \tag{21}$$

Daraus ergibt sich für $t\to\infty$ die Grenzgeschwindigkeit $\frac{g}{\lambda}$. Um das Fallgesetz für die Fallstrecke zu bekommen, muss die Lösung (21) nochmals integriert werden. Das kann jetzt einfach durch Trennung der Variablen ausgeführt werden. Wir erhalten zunächst

$$\mathrm{d}x=\frac{g}{\lambda}\left(1-e^{-\lambda t}\right)\mathrm{d}t\,;$$

die Integration ergibt

$$x(t)=\frac{g}{\lambda}t+\frac{g}{\lambda^2}e^{-\lambda t}+C\,.$$

Wählen wir als Anfangswerte $t_0=x_0=0$, so folgt für die Integrationskonstante

$$\frac{g}{\lambda^2}+C=0\,,\ \text{d.h.}\quad x(t)=\frac{g}{\lambda}t-\frac{g}{\lambda^2}\left(1-e^{-\lambda t}\right).$$

Literatur

BARTELS, ANDREAS & STÖCKLER, MANFRED (2007): *Wissenschaftstheorie. Ein Studienbuch.* Mentis Verlag Paderborn, 2007.

CARRIER, MARTIN (2006): *Wissenschaftstheorie zur Einführung.* Junius Verlag Hamgurg, 2005.

CHALMERS, ALAN F. (2007): *Wege der Wissenschaft. Einführung in die Wissenschaftstheorie.* Springer Verlag Berlin / Heidelberg / New York, [5]2007.

DREIZLER, REINER M. (2008): *Theoretische Physik 1. Theoretische Mechanik.* Springer-Verlag Berlin/ Heidelberg/ New York, 2008.

DUHEM, PIERRE(1906/1908/1998): *Ziel und Struktur der physikalischen Theorien.* Autorisierte Übersetzung von Friedrich Adler. Mit einem Vorwort von Ernst Mach. Mit einer Einleitung und Bibliographie hg. von Lothar Schäfer. Felix Meiner Verlag Hamburg [2]1998. Nachdruck: Verlag von Johann Ambrosius Barth, Leipzig 1908. Originaltitel: *La théorie physique, son objet et sa structure*, Paris 1906.

EULER, LEONARD (1736/1848-53): *Mechanica sive motus scientia analytice exposita.* Petersburg 1736. Deutsch: *Mechanik oder analytische Darstellung von der Bewegung*, mit Anmerkungen u. Erläuterungen hrsg. v. J. PH. WOLFERS. 3 Bde. Koch, Greifswald, 1848-53.

FOX, CHARLES (1987): *An introduction to the Calculus of Variations.* Dover Publications, Inc., New York 1987.

GREINER, WALTER (2007): *Theoretische Physik 1. Klassische Mechanik 1.* Verlag Harri Deutsch Thun/ Frankfurt/M., [8]2007.

HOPPE, HANSGEORG (1975): Goodmans Schein-Rätsel. Über die Widersprüchlichkeit und Erfahrungswidrigkeit des sog. „new riddle of induction“. *Zeitschrift für Allgemeine Wissenschaftstheorie* **VI/2**, 1975, p. 331 – 339.

HUME, DAVID (1742ff/1973): *Eine Untersuchung über den menschlichen Verstand.* Felix Meiner Verlag, Hamburg 1973. Originaltitel: *An enquiry concerning human understanding*, 1. Auflage 1742).

JAENECKE, PETER (1997): Knowledge organization due to theory formation. In: JAVIER GARCÍA MARCO (ed.): *Organización del Conocimiento en Sistemas de Información y Documentación.* Zaragoza 1997, p. 39 – 55. Überarbeitete Fassung siehe unter:

http://www.peterjaenecke.de/wissenschaftsttheorie.html .

JAENECKE, PETER (2002): Wissensbausteine. *Wolfenbütteler Notizen zur Buchgeschichte,* **27** (Heft 2), p. 183 – 197. Überarbeitete Fassung siehe unter:

http://www.peterjaenecke.de/wissensordnung.html .

JOOS, GEORG (1989): *Lehrbuch der theoretischen Physik.* AULA-Verlag, Wiesbaden [15]1989, p. 88 – 247.

KANGRO (1974): Joachim Jungius. *Neue Deutsche Biographie*, Bd. 10, Berlin 1974, p. 686 – 689; am 16.3.09 digital verfügbar unter:
http://mdz10.bib-bvb.de/~db/0001/bsb00016327/images/index.html?id=00016327&fip=91.47.107.88&no=5&seite=702

KANT, IMMANUEL: *Kants gesammelte Schriften.* Herausgegeben von der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften, Berlin 1910 ff (Akademieausgabe).

KEPLER, JOHANNES (1611/2008): *Dioptrik oder Schilderungen der Folgen, die sich aus der unlängst gemachten Erfindung der Fernrohre für das Sehen und die sichtbaren Gegenstände ergeben.* In: J*ohannis Kepler. Schriften zur Optik 1604 – 1611.* Eingeführt und ergänzt durch historische Beiträge zur Optik- und Fernrohrgeschichte von ROLF RIEKHER. Verlag Harri Deutsch Frankfurt/M. 2008, p. 441 – 526. Original: *Dioptrice seu Demonstratio eorum quae visui & visibilibus propter Conspicillanon ita pridem inventa accidunt.* David Franzi, Augsburg 1611.

KRÖBER, GÜNTER & LORF, MARIANNE (Hrsg.) (1969/1972): *Wissenschaftliches Schöpfertum.* Akademie-Verlag Berlin, 1972. Originaltitel: *Научное творчество*, Moskau 1969.

KUYPERS, FRIEDHELM (1997): *Klassische Mechanik.* Wiley VCH Verlag, Weinheim etc. 51997.

LANDAU, L. D. & LIFSCHITZ, E. M. (1970): *Lehrbuch der theoretischen Physik. Band I. Mechanik.* Akademie-Verlag Berlin, 1970.

LANDAU, L. D. & LIFSCHITZ, E. M. (1965): *Lehrbuch der theoretischen Physik. Band III. Quantenmechanik.* Akademie-Verlag Berlin, 1965.

LEIBNIZ, GOTTFRIED WILHELM (1691/2007): Über die Linie, in welche sich etwas Biegsames durch sein eignes Gewicht krümmt, und ihren hervorragenden Nutzen zur Auffindung von unendlich vielen mittleren Proportionalen und von Logarithmen. In: *Über die Analysis des Unendlichen* (1684 – 1703). Übersetzt und herausgegeben von GERHARD KOWALEWSKI; Vorwort und Nachwort von VOLKMAR SCHÜLLER. Verlag Harri Deutsch Frankfurt/M. 32007, p. 12 – 18. Original: *Acta Eruditorum* 1691.

LICHTENBERG, GEORG CHRISTOPH (2007): *Physik-Vorlesung. Nach J. Chr. P. Erxlebens Anfangsgründen der Naturlehre. Aus den Erinnerungen von Gottlieb Gamauf.* Marixverlag Wiesbaden 2007.

LUDWIG, GÜNTHER (1974): *Einführung in die Grundlagen der Theoretischen Physik. Band 1: Raum, Zeit, Mechanik.* Bertelsmann Universitätsverlag Düsseldorf, 1974.

MEYBERG, KURT & VACHENAUER, PETER (2001): *Höhere Mathematik 2. Differentialgleichungen, Funktionentheorie, Fourier-Analysis, Variationsrechnung.* Springer-Verlag Berlin/Heidelberg/etc. 32001.

MITTELSTAEDT, PETER (1970): *Klassische Mechanik.* Bibliographisches Institut Mannheim/Wien/Zürich, 1970.

QUINE, WILLARD VAN ORMAN (1953/1963): Two dogmas of empiricism. In: QUINE, WILLARD VAN ORMAN: *From a logical point of view. Logico-philosophical essays.* Harper Torchbooks New York/Hagerstown/San Francisco/London, 21963 (1. Auflage 1953), p. 20 – 46.

QUINE, WILLARD VAN ORMAN (1979): On the reasons for indeterminacy of translation, *The Journal of Philosophy* **67**, 1979, p. 178 – 183.

REINEKER, PETER (2006): *Theoretische Physik 1. Mechanik.* Wiley VCH Verlag, Weinheim etc. 2006.

ROSENTHAL, JACOB (2007): Induktion und Bestätigung. In: ANDREAS BARTELS & MANFRED STÖCKLER (Hrsg.): *Wissenschaftstheorie. Ein Studienbuch.* Mentis Verlag Paderborn, 2007, p. 109 – 133.

SCHÜLEIN, JOHANN AUGUST & REITZE, SIMON (2005): *Wissenschaftstheorie für Einsteiger.* Facultas Verlags- und Buchhandels AG, Wien 22005 (UTB 2351).

SÜßE, ROLAND & MARX, BERND (1994): *Theoretische Elektrotechnik. Band 1: Variationstechnik und Maxwellsche Gleichungen.* Bibliographisches Institut Wissenschaftsverlag Mannheim/ Leipzig/ Wien/ Zürich, 1994.

WAGNER, MAX (1975): *Elemente der Theoretischen Physik 1. Klassische Mechanik. Quantenmechanik.* Rowohlt Taschenbuch Verlag Reinbek bei Hamburg, 1975.